

Guía de Ejercicios, (funciones exponencial, logarítmica y aplicaciones)

Profesores : Osvaldo Landaeta, Patricio Elicer

1. El valor futuro V_F de un capital C que se capitaliza con una tasa de interés compuesta de i en n períodos, se calcula mediante la fórmula:

$$V_F = C(1 + i)^n$$

- (a) Encuentre una expresión matemática para determinar el número de períodos n .
 - (b) Para un capital de 10 millones, en cuánto tiempo se duplicará a una tasa de interés compuesta del 2 % mensual?
 - (c) Determine el valor que tendrá de un capital de un millón de pesos si han transcurrido tres años y fueron depositados en un banco que otorga una tasa de interés compuesta de 0.1 %.
 - (d) ¿Qué capital actual es el que se transforma en cinco millones transcurridos 5 años si se capitaliza a una tasa de interés compuesta del 1 % mensual ?
 - (e) ¿En cuánto tiempo se duplica un capital si se invierte a una tasa del 15 % compuesto anual?
2. El valor de una propiedad V (medido en millones) se deprecia con el tiempo t medido en años, según el modelo:

$$V(t) = 70 - 2e^{3t}$$

- (a) Determine cuántos años deben pasar para que la propiedad tenga un valor de sesenta millones.
 - (b) ¿En cuántos años la propiedad pierde todo su valor?
 - (c) Represente gráficamente el valor de la propiedad en el tiempo.
3. La ecuación de la demanda para el producto de un fabricante es :

$$p(x) = 2500e^{-x}$$

donde x es el número de unidades demandadas a un precio p por unidad (el precio en unidades monetarias).

- (a) Evalúa el precio para una demanda de 6 unidades.
- (b) Si el precio es 2444, cuántas unidades son demandadas?

4. Cierta región minera tiene una población que está decreciendo según la función:

$$P(t) = 27500e^{-0.03t}$$

donde t son los años después de 1995.

- (a) Encuentre la población en 2006.
- (b) En cuantos años la población será de 15092 habitantes.

5. La ecuación de oferta de un fabricante es:

$$p = 28 + \log \left[5 + \frac{x}{100} \right]$$

donde x es el número de unidades y p es el precio por unidad.

- (a) ¿A qué precio el fabricante ofrecerá 700 unidades?
- (b) Si el precio es $p = 30$, cuántas unidades se ofrecerán?

6. Una compañía encuentra que los gastos semanales en publicidad (en dólares) G están dados por:

$$G = 1250 \ln \left(\frac{800}{1000 - x} \right)$$

donde $x \geq 200$. Calcula el gasto en publicidad para vender 800 unidades.

7. Considere las funciones:

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad ; \quad g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

- (a) Verifique que $g(0) < f(0)$
- (b) Estudie si existe(n) x en R que cumpla(n): $f(x) = 1$. **Nota:** aplique el siguiente cambio de variable: $e^x = y$.
- (c) Determine : $f(\ln x)$; $g(\ln x)$.
- (d) Demuestre que :

$$(f(x))^2 - (g(x))^2 = 1$$

8. Un modelo del crecimiento exponencial del número de bacterias viene dado por:

$$N(t) = N_0 e^{0.2t}$$

siendo el tiempo t medido en días.

Determine:

- (a) En cuánto tiempo se duplicará el número inicial de bacterias.
- (b) En cuánto tiempo se triplicará el número inicial de bacterias.

9. Considere la función:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

- (a) Dibuje la función y determine el dominio y recorrido.
- (b) Demuestre que la curva es simétrica con respecto al eje X.
- (c) Determine el punto en el cuál es máxima la función.