



ÁLGEBRA LINEAL

I) Encuentre los cinco primeros términos de las sucesiones con término general dado por:

a) $\frac{n}{n+2}$

g) $\frac{n}{2^{n+2}}$

l) $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

b) $n - \frac{1}{2}$

h) $\frac{2n}{3^n}$

m) $\frac{\sin(n\pi)}{2n}$

c) $\frac{n^2}{n+4}$

i) $\frac{2n}{n!}$

n) $\frac{n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{1 - (n+3)^4}$

d) $\frac{1}{\sqrt{n}}$

j) $\frac{n^2 - n}{n!}$

ñ) $\frac{\ln(n)}{n}$

e) $(-1)^n \sqrt{n}$

k) $\frac{\cos(n\pi)}{n}$

o) $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

f) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

II) Escriba una expresión posible para el término general de la sucesión dada:

a) $\{1, -2, 4, -8, 16, \dots\}$

d) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \dots\right\}$

b) $\{5, 9, 13, 17, \dots\}$

e) $\left\{\frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{2}{3 \cdot 4}, \frac{3}{4 \cdot 5}, \frac{4}{5 \cdot 6}, \dots\right\}$

c) $\left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots\right\}$

h) $\left\{2, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{3}, 1 + \frac{1}{4}, \dots\right\}$

III) Determine si la sucesión es creciente, decreciente o no monótona. ¿es acotada?

a) $\frac{1}{5^n}$

c) $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

b) $\frac{1}{2n+3}$

d) $\frac{n}{n^2+1}$

IV) Para las siguientes sucesiones, cuyo término general S_n está dado, encuentre S_2 y S_4 .

a) $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$

c) $S_n = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$

b) $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

d) $S_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}$



V) Haciendo uso del álgebra de límites y teoremas apropiados, calcular el valor de los siguientes límites:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7-4n^2}{3+2n^2}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2}{2n+1} \right)$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n+3}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - n)$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}} \right)$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{(3-\sqrt{n})(\sqrt{n}+2)}{8n-4}}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3+2n+1}}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^3}{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + (-1)^n}{2^{n+1} + (-1)^{n+1}}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n - 2^n}{800 + 4 \cdot 3^n}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n)+1}{\ln(n)-1}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{3^n + 2n}$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 2^{-n})$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n-2)(3-2n)}{n^2(3n+2)}$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^{n-1}}{n^2 - 3^{n-1}}$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} \operatorname{sen}(n!+8)}{n+2}$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cos^2(3n+2)}{4n^3 + n + 8}$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \operatorname{sen}^7(n^2+9)}{7^n + n^2}$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 + \frac{1}{7n}}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{b^n + c^n}, b \geq c > 0$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{2n}$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\left(\frac{5n+2}{5n+3} \right)^{5n}}$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n + 2}{n^2 + 2n + 1} \right)^{(n+1)^2}$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left[1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$



VI) Decidir si las siguientes series convergen o divergen. En caso de que converjan, calcular su suma:

$$\begin{array}{lll}
 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4n + 3} & 2) \sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) & 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n(n-1)} \\
 4) \sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}} \right) & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+3)!} \right) & 6) \sum_{n=e}^{\infty} \ln \left(\frac{n}{n+1} \right) \\
 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} & 8) \sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n} \\
 10) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-4)^{n-1}}{5^{n-1}} & 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n} & 12) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{4^{3n+1}} \\
 13) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}} & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4^{n-1}} - \frac{1}{7^{n-1}} \right) & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4^{n+1}} - \frac{1}{7^{n+1}} \right)
 \end{array}$$

VII) Se deja caer una bola desde 16 metros de altura. Cada vez que cae h metros, sube hasta $0,81h$ metros. Calcular la distancia vertical total recorrida por la pelota.

VIII) Usando series, escribir como fracción racional los siguientes decimales:

$$1) 2,35\overline{12} \qquad 2) 1,1\overline{3}$$

IX) Analizar la convergencia de las siguientes series:

$$\begin{array}{llll}
 1) \sum_{n=0}^{\infty} 3 \left(\frac{3}{2} \right)^n & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2 + 1} & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt[3]{n^5}} \\
 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} & 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\ln(n)} & 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{k}{n} \right)^n, k \in \mathbb{R} & 8) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}
 \end{array}$$

X) Use el criterio de la integral para verificar la convergencia o divergencia de las siguientes series.

$$\begin{array}{lll}
 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} & 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{e^n} & 5) \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2} \\
 2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[3]{\ln(n)}} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^2} &
 \end{array}$$



XI) Use el criterio de la raíz para verificar la convergencia o divergencia de las siguientes series.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n} \right)^n$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+2} \right)^n$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2^{\sqrt[n]{n}} + 1 \right)^n$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n))^n}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{2n}}{e^n}$

XII) Use el criterio de la razón para verificar la convergencia o divergencia de las siguientes series.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n \cdot 3^n}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n}}{(2n+1)!}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{2^n}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n(n+1)}{2^n}}$

XIII) Use el criterio de comparación directa o al límite para verificar la convergencia o divergencia de las siguientes series.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2n + 3}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^3}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}$

2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$

5) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3n-5}$

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 5}}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 4}$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n + 1}$

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3 + 3n + 1}}$

XIV) Investigar la convergencia de las siguientes series alternadas

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n^2}{e^n}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \ln(n+1)}{n+1}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{3n^2 + 5}$