

Guía 1 2 IM

Profesor: Sergio Yansen Núñez

En cada caso, determine si f es inyectiva, epiyectiva, biyectiva.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x|$

2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x - 2|$

3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x + 4|$

4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x| + 2$

5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x| - 3$

6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = (-x - 2)^2 - 1$

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = -((x - 2)^2 - 1)$

9. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |(x - 2)^2 - 1|$

10. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{si } x < 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

11. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = -|x - 2| + 2$

12. $f : \text{Dom}f \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = -\sqrt{x + 2}$

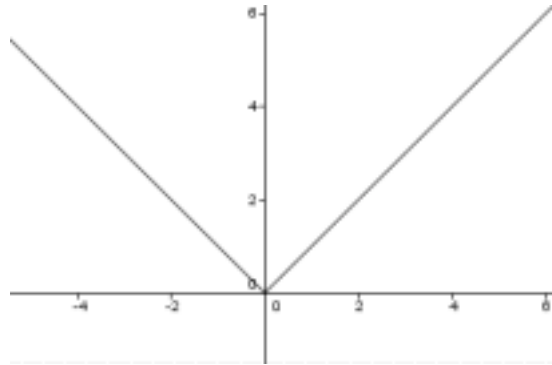
13. $f : \text{Dom}f \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2 - \sqrt{-x + 3}$

14. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ||x + 2| - 2| + 1$

15. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{x + 1} \right| - 1$

SOLUCIÓN

1. $f(x) = |x|$

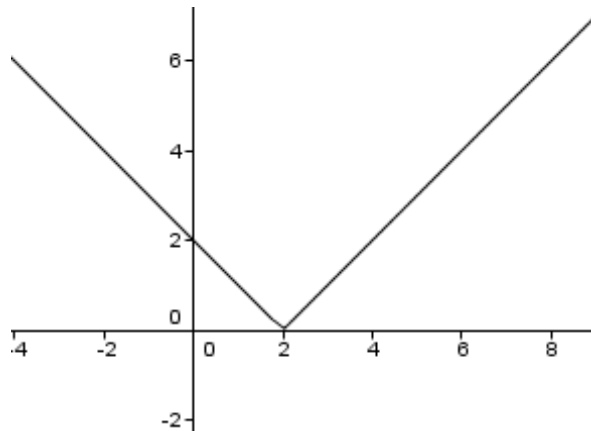


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = \mathbb{R}_0^+ \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

2. $f(x) = |x - 2|$

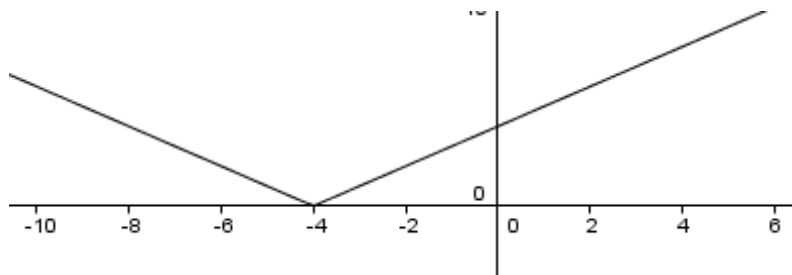


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = \mathbb{R}_0^+ \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

3. $f(x) = |x + 4|$

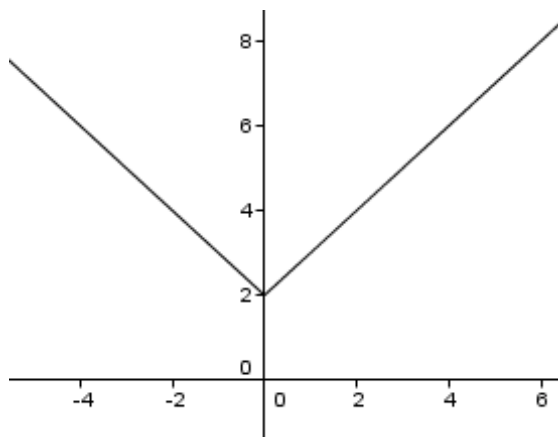


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = \mathbb{R}_0^+ \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

4. $f(x) = |x| + 2$

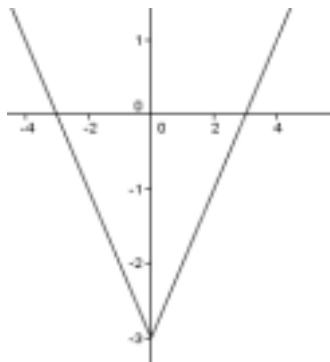


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 4$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [2, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

5. $f(x) = |x| - 3$



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

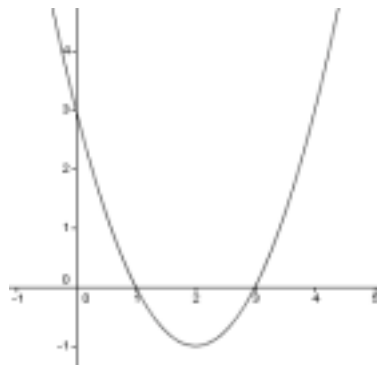
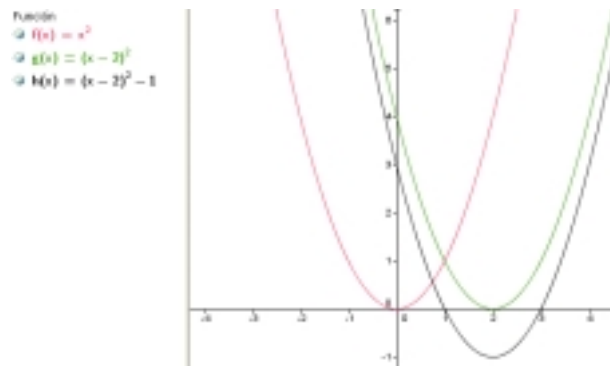
f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [-3, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

6. $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

Graficando $y = x^2$, $y = (x - 2)^2$, $y = (x - 2)^2 - 1$

se obtiene:

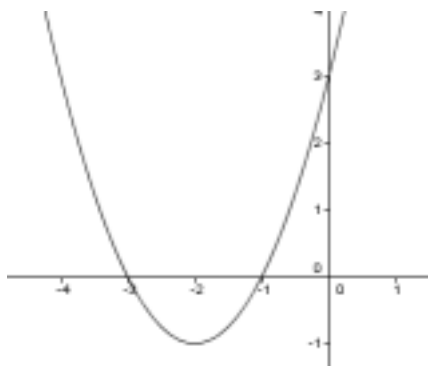


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [-1, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

7. $f(x) = (-x - 2)^2 - 1$

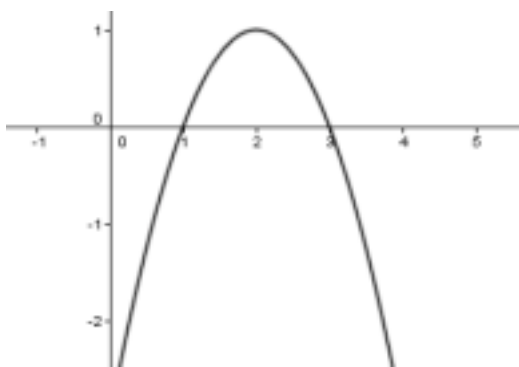


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [-1, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

8. $f(x) = -((x - 2)^2 - 1)$

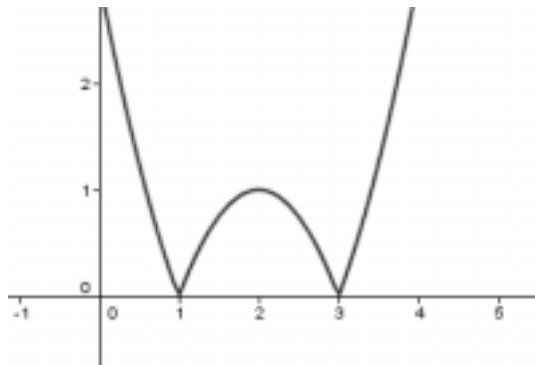


f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = -1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f =]-\infty, 1] \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

9. $f(x) = |(x - 2)^2 - 1|$



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 2$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = \mathbb{R}_0^+ \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

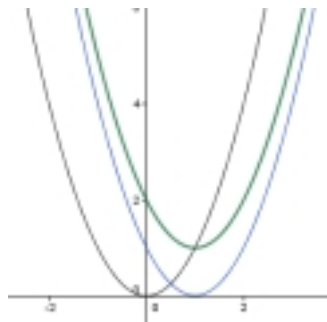
f no es biyectiva

$$10. \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{si } x < 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

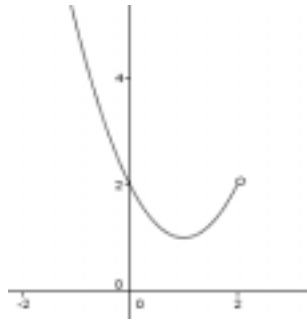
$$y = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 - 1 + 2 = (x - 1)^2 + 1$$

$$\text{graficando } y = x^2, \quad y = (x - 1)^2, \quad y = (x - 1)^2 + 1$$

se obtiene:



como $x < 2$

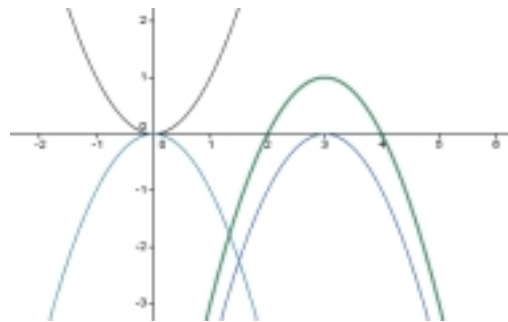


$$y = -x^2 + 6x - 8 = -(x^2 - 6x) - 8 = -((x - 3)^2 - 9) - 8$$

$$y = -(x - 3)^2 + 9 - 8 = -(x - 3)^2 + 1$$

graficando $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = -(x - 3)^2$, $y = -(x - 3)^2 + 1$

se obtiene:



como $x \geq 2$

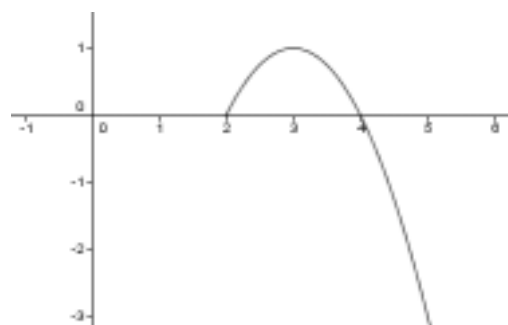
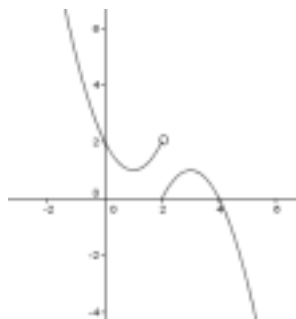
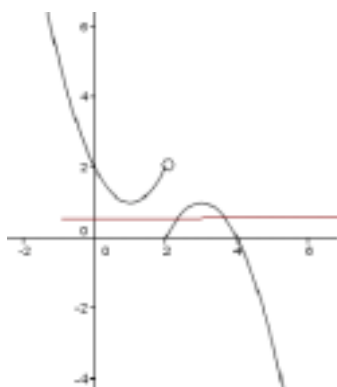


Gráfico de f



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta indicada corta al gráfico de f en dos puntos.



f es epiyectiva pues $\text{Rec}f = \mathbb{R} = \text{Codom}f$
 f no es biyectiva pues no es inyectiva

11. $f(x) = -|x - 2| + 2$

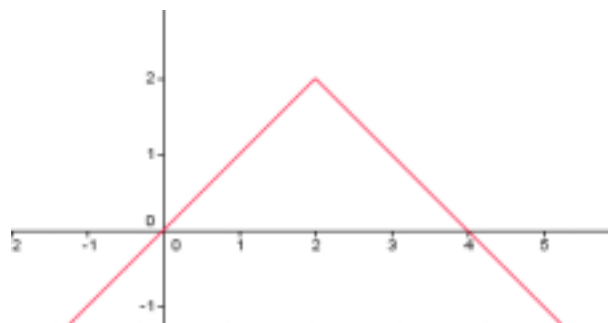
Graficando

$y = |x|$, $y = -|x|$, $y = -|x - 2|$, $y = -|x - 2| + 2$

se obtiene:



Gráfico de f



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f =]-\infty, 2] \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

12. $f(x) = -\sqrt{x+2}$

graficando $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x+2}$, $y = -\sqrt{x+2}$

se obtiene:

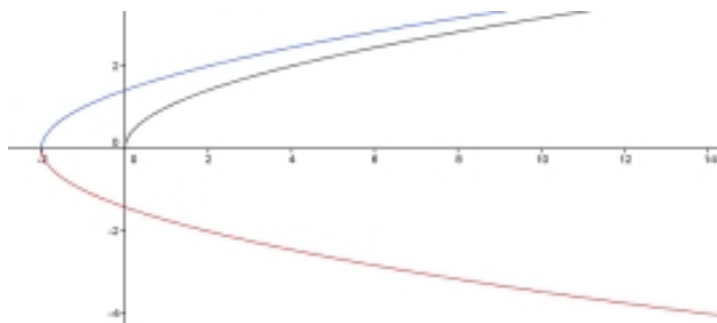
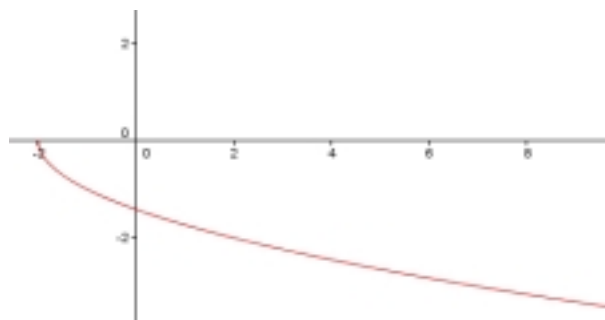


Gráfico de f :



f es inyectiva en su dominio pues toda recta horizontal corta al gráfico de f

en a lo más un punto

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f =]-\infty, 0] \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva pues no es epiyectiva

13. $f(x) = 2 - \sqrt{-x+3}$

$$f(x) = 2 - \sqrt{-(x-3)}$$

graficando $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x}$, $y = \sqrt{-(x-3)}$

$$y = -\sqrt{-(x-3)} \quad , \quad y = 2 - \sqrt{-(x-3)}$$

se obtiene:

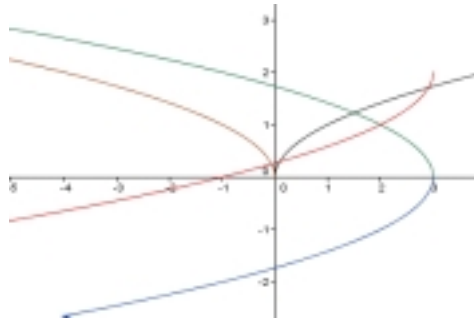
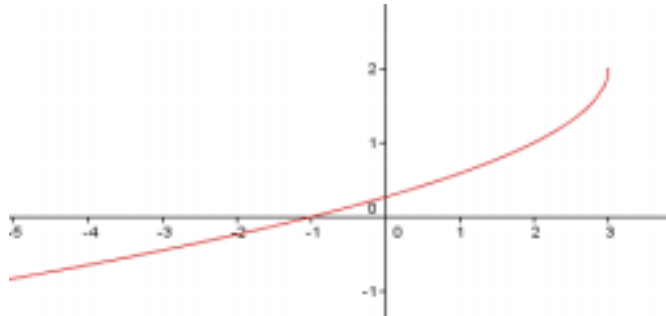


Gráfico de f



f es inyectiva en su dominio pues toda recta horizontal corta al gráfico de f

en a lo más un punto

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f =]-\infty, 2] \neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva pues no es epiyectiva

14. $f(x) = ||x+2|-2|+1$

Graficando: $y = |x|$, $y = |x+2|$, $y = |x+2|-2$

$$y = ||x+2|-2| \quad , \quad f(x) = ||x+2|-2|+1$$

se obtiene:

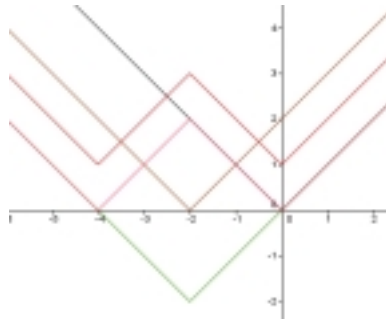
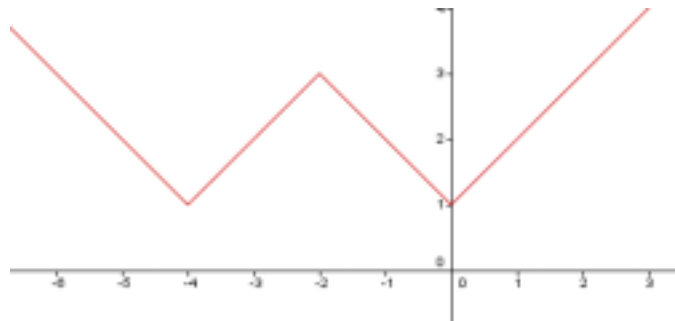


Gráfico de f



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 2$ corta al gráfico de f en cuatro puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [1, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva

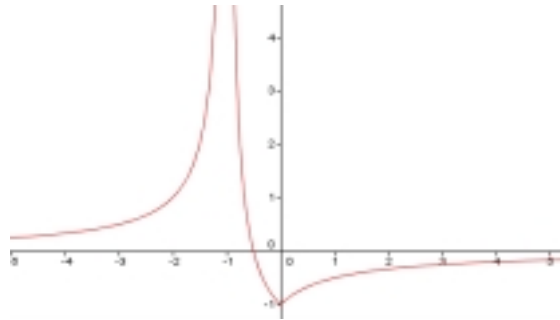
15. $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{x+1} \right| - 1$

Graficando:

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{1}{x+1}, \quad y = -\frac{1}{x+1}$$

$$y = \left| 1 - \frac{1}{x+1} \right|, \quad y = \left| 1 - \frac{1}{x+1} \right| - 1$$

se obtiene el gráfico de f :



f no es inyectiva, pues por ejemplo la recta dada por $y = 1$ corta al gráfico de f en dos puntos.

f no es epiyectiva pues $\text{Rec}f = [-1, +\infty[\neq \text{Codom}f = \mathbb{R}$

f no es biyectiva