



CAPÍTULO 1 – FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

(Traducción Libre AGC 2021) (ENGINEERING", 2021)

Contenido

1	OBJETO DEL CAPÍTULO	2
2	GRAFICOS, DIBUJOS Y ESQUEMAS	3
3	VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES Y SUS RELACIONES	5
4	LA REGIÓN BAJO UNA CURVA Y LA PENDIENTE DE UNA CURVA	6
5	SISTEMAS DE UNIDADES	7
6	REGLAS PARA CIFRAS SIGNIFICATIVAS	10
7	INTERPOLACIÓN LINEAL	12
8	REVISIÓN DE CONCEPTOS DE FÍSICA	13
8.1	ESCALARES Y VECTORES	13
8.2	Fuerzas	15
8.3	Fuerza versus peso	15
8.4	Momentos creados por las fuerzas	16
8.5	Par o Cupla	17
8.6	Equilibrio estático.....	17
8.7	Presión y Presión Hidrostática	19
8.8	Momentos Matemáticos.....	20
9	Definición de los ejes de un buque y sus grados de libertad	28
10	Ecuación de Bernoulli	29



1 OBJETO DEL CAPÍTULO

1. Familiarizarse con las técnicas de gráficos, dibujos y bocetos de cálculo.
2. Explicar qué son variables dependientes y las independientes, nomenclatura utilizada y relaciones que se desarrollan entre ellos.
3. Familiarizarse con los sistemas de unidades utilizados específicamente para este curso.
4. Comprender el análisis de las unidades y ser capaz de utilizarlas de manera efectiva para verificar si su respuesta es correcta en los cálculos.
5. Usar los números exactos y cifras significativas correctas en sus cálculos.
6. Realizar interpolación lineal en tablas de datos y gráficos.
7. Reforzar su conocimiento práctico en el uso de las magnitudes escalares, vectores y de los símbolos que se utilizan para representarlos y que tienen relación con este curso.
8. Reforzar su conocimiento práctico de fuerzas, torque, momentos y par.
9. Ejercitar su conocimiento práctico mediante la resolución de problemas básicos relacionados con el concepto de equilibrio estático.
10. Comprender la diferencia entre una fuerza distribuida y una fuerza resultante.
11. Calcular el centroide geométrico de un objeto.
12. Calcular el primer momento del área de una región alrededor de un eje.
13. Calcular el segundo momento del área de una región sobre un eje, incluida la aplicación del teorema del eje paralelo.
14. Nombrar y describir los seis grados de libertad de un buque a flote, estableciendo cuáles de las direcciones están asociadas con los ejes de referencia X, Y y Z.
15. Conocer y describir los siguientes términos de un buque referidos a la Estabilidad y Estiba: dirección longitudinal, dirección transversal, cuaderna maestra, calado, calado medio, desplazamiento, peso resultante, fuerza de boyantéz, línea de crujía, línea de base y quilla.
16. Familiarizarse con los conceptos involucrados en el teorema de Bernoulli.



2 GRÁFICOS, DIBUJOS Y ESQUEMAS

Los gráficos, los bocetos y los dibujos, ¿Son lo mismo? Los plátanos, naranjas y melones son frutas comestibles; todas tienen un fuerte contraste en sabor y textura, pero todas deben pelarse para ser comidas. Claramente, hay similitudes y diferencias. Lo mismo ocurre con los gráficos, bocetos y dibujos.

La línea común entre la representación gráfica, el dibujo y en el boceto es que todas son formas de comunicación. Cada una de ellas entrega información sobre la relación existente entre dos o más parámetros. En los Informes técnicos, trabajos e informes similares en las que se intenta comunicar ideas a otros, éstos son los tres métodos principales mediante los cuales se facilita la comunicación de las ideas. Un gráfico, dibujo o un boceto deben comunicar, entregar un mensaje en forma efectiva a alguien que no necesariamente está relacionado con el trabajo. La Tabla 2.1 muestra un resumen de similitudes y diferencias de estos tres métodos de comunicación visual.

	Gráfico	Dibujo	Esquema o boceto
Semejanzas	• Forma de comunicación visual • Comunicar información de manera efectiva a un tercero que no está relacionado con el trabajo • Entrega alguna relación entre dos parámetros		
Diferencias	• Relación entre variables o datos. • Coordenadas ejes y escalas exactas. • Título, leyenda y unidades.	• Relación entre objetos. • Forma exacta. • A escala.	• Representación a mano alzada rápida de un dibujo o gráfico. • Relación generalizada y aproximada entre referencias (no exacta) • Algunas descripciones o etiquetas

Tabla 2.1 Comparación entre gráfico, boceto y dibujo

Los gráficos se utilizan para representar las relaciones entre variables, como los datos obtenidos durante un experimento. También se usan para representar funciones analíticas como la ecuación de una recta, donde su ecuación general es de la forma $y = mx + b$. Requieren del uso de coordenadas exactas y que representen visualmente las relaciones entre las variables en proporciones exactas en el papel. La preparación de un gráfico representativo puede demandar mucho tiempo en su confección y requerir de habilidades particulares; los computadores y programas de hojas de cálculo son herramientas que facilitan mucho la confección de un gráfico.

Es conveniente que los gráficos se realicen en papel cuadrículado que tenga ejes mayores y menores en ambas direcciones (vertical y horizontal). Los ejes principales se pueden subdividir para facilitar su lectura y confección. Estas subdivisiones deben ser consistentes con el espaciado de línea en el gráfico y evitar subdivisiones que requieran de mucha interpolación y adivinación para leer sus datos.



Los gráficos deben tener un título que describa lo que se está trazando, y cada eje debe tener un subtítulo que indique la variable que se traza. Además, cada título de eje debe incluir el símbolo para la variable y sus unidades. Cuando se traza más de un conjunto de datos, deben identificarse claramente a cada uno de ellos. Esto se logra usando una leyenda o etiquetando individualmente cada curva e incluso diferenciándola por colores.

Los gráficos generalmente revelan una relación que no se aprecia con facilidad o no es aparente. Por ejemplo, pueden mostrar una relación lineal o exponencial entre dos variables. Las relaciones mencionadas pueden no ser apreciables a simple vista con solo mirar una lista de números.

La figura 2.2 es un ejemplo de un gráfico preparado mediante una planilla de cálculo Excel. En este ejemplo, los puntos de datos han sido unidos con líneas suavizada para formar ambas curvas.

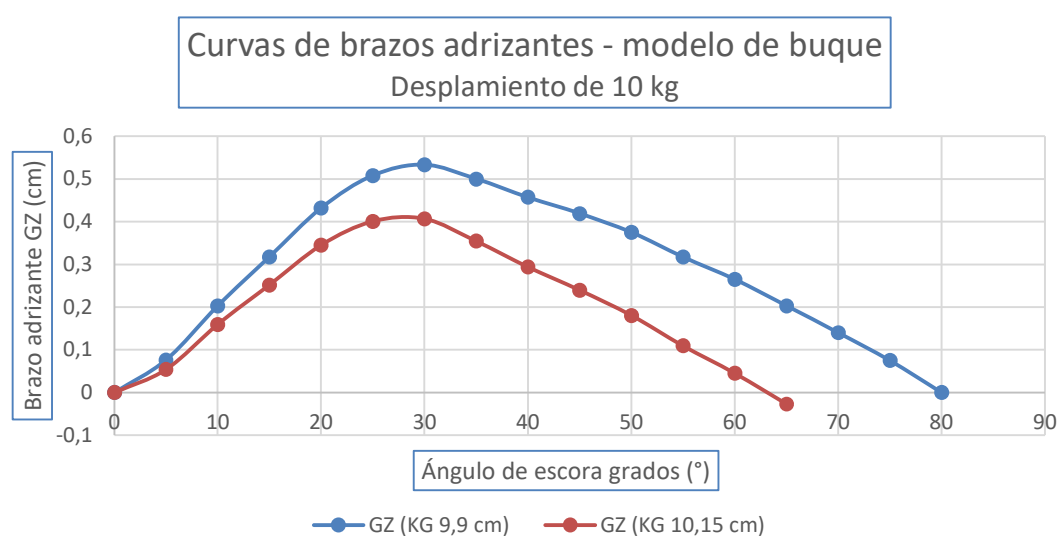


Figura 1.2 - Ejemplo de un gráfico

Los dibujos representan la forma exacta de un objeto o la relación entre dos o más objetos. Los dibujos de un buque se utilizan para la instalación de equipos en un espacio particular a bordo o para trazar cañearías a través de compartimentos. También se usan para determinar la forma del casco de un buque y normalmente se les conoce con el nombre de planos.

Los bocetos o esquemas por otro lado, son imágenes rápidas de dibujos o de gráficos de confección rápida. Un boceto no muestra una relación exacta a escala, sino que las relaciones generales entre variables y objetos. Con un boceto se intenta trazar mostrar la forma general de la curva "a mano alzada".





3 VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES Y SUS RELACIONES

En general, el eje horizontal de un gráfico se conoce como el eje “x”, y el eje vertical es el eje “y”.

Convencionalmente, el eje “x” se usa para la variable independiente y el eje “y” para la variable dependiente. El valor de la variable dependiente depende del valor de la variable independiente. Un ejemplo de una variable independiente es el tiempo; el tiempo, avanza independientemente de otras propiedades físicas. Si se trazase la velocidad de un objeto en función del tiempo, el tiempo sería la variable independiente y la velocidad sería la variable dependiente. A menudo puede haber más de una variable independiente en una relación matemática.

El concepto de variables dependientes e independientes es fundamental y muy importante. Normalmente lo que se busca es encontrar la relación entre la variable dependiente con la independiente. A veces verá la siguiente notación en matemáticas y ciencias que le permite saber qué propiedades (variables) depende de otra variable, o si es una función de.

Nombre del parámetro = f (variable independiente # 1, variable independiente # 2, etc.)

“Nombre del parámetro” es cualquier variable dependiente que se estudia. Por ejemplo, la potencia requerida para impulsar a un buque a través del mar es una función de varias variables, incluidas la velocidad de avance, la forma del casco y la densidad del agua. Esta relación puede escribirse de la siguiente forma:

Resistencia = f (velocidad, forma del casco, densidad del agua, etc.)

Hay varias formas de desarrollar la relación entre la(s) variable(s) dependiente(s) y las independiente(s). Una es haciendo un experimento y recopilando datos duros. Los datos se trazan como puntos discretos en algunos ejes independientes. La Figura 2.2 muestra cómo varía el valor de los brazos adrizantes (GZ) de un modelo de buque de laboratorio respecto del ángulo con que se inclina. Nótese que los puntos de los datos se trazaron como puntos individuales y después se unieron con una línea para trazar una curva y facilitar la interpretación del comportamiento del modelo frente a diferentes escoras y diferentes centros de gravedad (KG).

Tenga presente que unir o interpolar una curva a través de datos obtenidos experimentalmente requiere de habilidad y práctica para evitar la generación de datos errados. Los computadores con el software apropiado (programa de ajuste de curvas) pueden hacer que la tarea se vea relativamente simple al generar una ecuación empírica para obtener una curva por medio de un análisis de regresión. Además de una curva empírica ajustada a los datos experimentales para establecer una relación, un Oficial Inspector o un Oficial Ingeniero puede encontrar una relación basada en leyes físicas, principios teóricos o mediante postulados; por ejemplo, si la teoría establece que la resistencia de una nave aumenta exponencialmente con la velocidad, el Oficial buscará datos y una relación entre las variables que apoyen la teoría.



4 LA REGIÓN BAJO UNA CURVA Y LA PENDIENTE DE UNA CURVA

Como se mencionó, la forma que tiene la curva de un gráfico entrega información de la relación existente entre las variables independientes y las dependientes. Adicionalmente, se puede obtener más información entendiendo qué es lo que representan la región bajo la curva y su pendiente.

La región entre una curva y un eje se conoce como el área debajo de la curva. El término "Área" puede ser engañoso porque esta "área" puede representar físicamente a una cantidad específica o a ninguna. No se confunda al pensar que el área debajo de la curva representa siempre el área en unidades de longitud al cuadrado, ya que no es así.

Durante su estadía en la Escuela, en cálculo integrará muchas funciones. La integración es la acción de calcular el área bajo una curva. Es muy probable que dentro de su desempeño profesional deba integrar datos experimentales para ver si se puede encontrar una nueva relación entre los datos. En todos ellos deberá verificar si las unidades del área bajo la curva tienen algún significado físico. Para encontrar el significado del área bajo la curva, se multiplican las unidades de la variable del eje x por las unidades de la variable del eje y. Si el área debajo de la curva tiene algún significado, a menudo podrá ser descubierto de esta manera. Por ejemplo, la Figura 4.1 muestra cómo la velocidad de un buque aumenta con el tiempo.

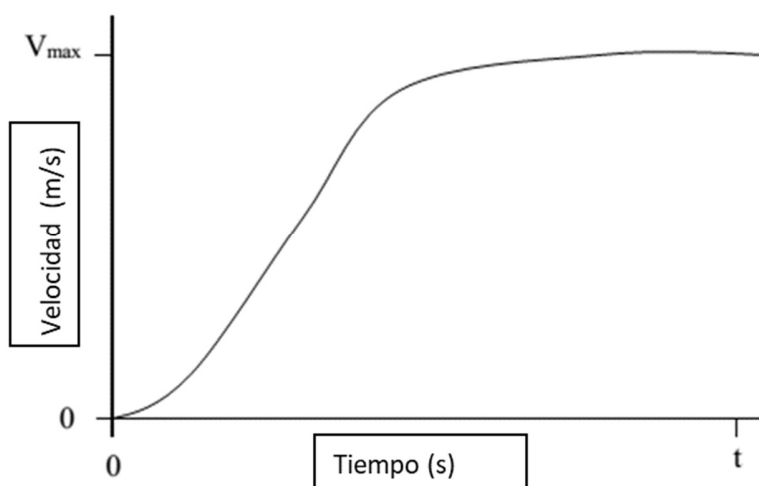


Figura 1.2 Velocidad de un buque en función del tiempo

Para encontrar el área bajo la curva desde un tiempo de cero segundos hasta el tiempo t, integre la función como se indica a continuación:

$$A = \int_0^t V(t) dt$$

Para ver si el área bajo la curva tiene un significado físico, se multiplican las unidades del eje x por unidades del eje y. En este caso, el eje "x" tiene unidades de segundos y el eje "y" tiene unidades de metros por segundo. Al multiplicarlos se obtienen unidades de metros, por lo tanto, el área bajo la curva representa una distancia y en este caso corresponderá a la distancia que recorre el barco en t segundos.



La pendiente de una curva es el cambio de la variable dependiente respecto de cambios en la variable independiente. En cálculo, la pendiente de una función se conoce como la derivada de la función. Del mismo modo que el área bajo una curva puede tener un significado físico, la pendiente de una curva también puede tener uno.

La pendiente de una curva en cualquier punto se denomina pendiente instantánea, ya que es el valor de la pendiente en un solo punto de la curva. Los matemáticos estrictos solo pueden usar el término "instantáneo" cuando la variable independiente es el tiempo, como en la pendiente en un instante particular; sin embargo, a menudo debemos interpretar la pendiente en términos más amplios. Para determinar si la pendiente de una curva tiene un significado físico, divida las unidades del eje y entre las unidades del eje x. Por ejemplo, mire una vez más la Figura 4.1. La pendiente de la curva está escrita en forma de cálculo como:

$$\text{Pendiente} = \frac{dV}{dt} \quad ; \text{ Cambio de la velocidad con respecto del tiempo}$$

Para analizar las unidades de la pendiente, divida las unidades de velocidad (metros por segundo) por las unidades de tiempo (segundos). Esto genera unidades de metros por segundo al cuadrado; es decir, las unidades de aceleración. Por lo tanto, la pendiente de la curva en la Figura 4.1 tiene un significado: la aceleración de un artefacto naval en cualquier punto en el tiempo.

5 SISTEMAS DE UNIDADES

En Estabilidad se utilizan normalmente tres sistemas de unidades, cada uno preferido por diferentes disciplinas por convención. Por ejemplo, el sistema de unidad de la ciencia es el Sistema Métrico, conocido como el Sistema Internacional de Unidades (SI) del nombre francés, Le Système International d'Units. El sistema SI se utiliza en todo el mundo en ciencias, ingeniería y comercio.

Otro sistema común de unidades es el sistema inglés "fuerza de la libra - masa de la libra". Este sistema se usa normalmente en los campos de la termodinámica y la transferencia de calor.

El tercer sistema de unidades es el sistema gravitatorio británico. El sistema gravitacional británico también se conoce como el sistema "libra masa - slug". El sistema "libra masa - slug" de unidades es utilizado por arquitectos navales e ingenieros estructurales.

	Fuerza	Masa	Largo	Tiempo
S.I.	Newton (derivada)	kilogramo	metro	segundo
Gravitacional Inglés	libra	Slug (derivada)	pie	segundo

Tabla 5.1 - Comparación de Sistemas de Unidades

El sistema SI y los sistemas de unidades británicos "libra - Slug" tienen sus raíces en la segunda ley de movimiento de Newton, conocida también como la Ley Fundamental de la Dinámica y es la que determina una relación proporcional entre fuerza y variación de la cantidad de movimiento o momento lineal de un cuerpo. En otras palabras, la fuerza es directamente proporcional a la masa y a la aceleración de un cuerpo.



La Segunda ley de Newton se define como una relación directa entre las cuatro cantidades básicas de la mecánica físicas: fuerza, masa, longitud y tiempo. La relación entre fuerza y masa se escribe matemáticamente como:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Donde "F" representa a la fuerza, "m" a la masa, y "a" a la aceleración,

Según la Tabla 5.1, las unidades básicas del sistema S.I. son masa, longitud y tiempo, y la fuerza tiene unidades derivado de las unidades básicas. Se define que un Newton es la fuerza requerida para acelerar una masa de un kilogramo a razón de un metro por segundo cuadrado (1 m/s²). Matemáticamente, esto puede ser escrito como:

$$F = (1 \text{ kg}) \times (1 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 1 \text{ kg-m/s}^2 = 1 \text{ Newton}$$

Las unidades básicas del sistema gravitacional británico (libra-Slug) son fuerza (lb), longitud (ft) y tiempo (s). En este sistema, las unidades de masa se derivan de las unidades básicas. La unidad de masa derivada se llama Slug. Un Slug se define como la masa que se acelerará a razón de un pie por segundo al cuadrado (ft/s²) por una libra de fuerza (lb). Por lo tanto:

$$F = ma$$

$$1 \text{ lb} = (mass) \times (1 \text{ ft/s}^2)$$

O

$$Masa = \frac{1lb}{1 \frac{ft}{s^2}} = 1 \frac{lb-s^2}{ft} = 1slug$$



Para hallar el peso de un objeto usando el sistema "libra-Slug", se utiliza la Ecuación de fuerza sustituyendo la magnitud de la aceleración de la gravedad. En este sistema la aceleración de la gravedad (g) es igual a 32.17 pies/s^2

Ejemplo 1.1, un objeto tiene una masa de 1 slug, calcular su peso en superficie de la tierra.

$$\text{Peso} = (\text{masa}) \times (\text{aceleración})$$

$$\text{Peso} = (1 \text{ slug}) \times (32,17 \text{ pie/s}^2) = (1 \text{ lb-s}^2/\text{pie}) \times (32,17 \text{ pie/s}^2)$$

$$\text{Peso} = 32,17 \text{ lb}$$

La Tabla 5.2 muestra un listado de algunas de las propiedades físicas comunes utilizadas en el sistema gravitacional británico.

Propiedad	Largo	Tiempo	Fuerza	Masa	Densidad	Presión
Unidades	Pie (pie)	Segundo (s)	Libra (lb) o Tonelada Larga (LT)	Slug o lb-s ² /pie	Slug/pie ³ o Lb-s ² /pie ⁴	Lb/pulg ² o psi

Ejemplo 1.2 Una nave que flota en agua salada desplaza un volumen de agua de 115 m^3 (4.061 pies^3). Calcule el peso del buque en toneladas y en toneladas largas. Sabemos que el peso de un cuerpo es igual al peso del volumen de agua que desplaza (Principio de Arquímedes). Esto se escribe matemáticamente:

$$\text{Desplazamiento} = (\text{densidad del agua salada}) \times (\text{aceleración de gravedad}) \times (\text{volumen})$$

$$\Delta = \rho g \nabla$$

S.I.	S.G.I.
$\rho = 1,025 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 1,99 \text{ lb-s}^2/\text{pie}^4$
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	$g = 32,17 \text{ pie/s}^2$
$1 \text{ T} = 1.000 \text{ kg}$	$1 \text{ LT} = 2240 \text{ lb}$

$$\text{S.I. } \Delta = 1.025 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \times 9,81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \times 115 (\text{m}^3) = 1.156.353,75 (\text{N}) \text{ Peso del agua desplazada}$$

Para transformarlo a masa de agua desplazada:

$$\Delta = 1.025 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \times 115 (\text{m}^3) = 117.875 (\text{kg}) \approx 118 (\text{T})$$

$$\text{S.G.I. } \Delta = 1,99 \left(\frac{\text{lb} \cdot \text{s}^2}{\text{pie}^4} \right) \times 32,17 \left(\frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) \times 4.061 (\text{pie}^3) \times \frac{\text{LT}}{2.240 \text{ lb}} = 116,06 (\text{LT})$$

Como $1 \text{ T} = 0,9842 \text{ LT}$; **118 T son aproximadamente 116,1 LT**



Para resolver los problemas, es recomendable seguir los siguientes pasos:

Paso 1; Escribir la ecuación en forma simbólica.

Paso 2; Volver a escribir la ecuación en orden con valores numéricos para cada variable, incluyendo las unidades correspondientes.

Paso 3; Simplifique las unidades que son iguales en los numeradores y denominadores hasta que se obtengan las unidades deseadas.

El orden y organización de este enfoque le ayudará en la realización de sus cálculos y facilitará la comprensión y la verificación de su trabajo al evaluador. Es recomendable que haga todos los cálculos para esta asignatura de esta forma. Es una manera práctica de comunicarse en forma efectiva con los demás. Tendrá muchas oportunidades a lo largo de su carrera para comunicar ideas, y este método le facilitará mucho su presentación de cálculos a una autoridad superior.

Por último, verifique que su respuesta final sea razonable en magnitud y adecuada en unidades. Debiera tener una idea del "orden de magnitud" de la respuesta final. Si obtiene un resultado aparentemente escandaloso, asuma que "este resultado no es razonable" antes de continuar. Parte de su análisis es poder reconocer cuando un resultado no tiene sentido. Por ejemplo, si está tratando de calcular el calado final de una embarcación cuyo calado máximo es de 6 metros y su cálculo le da un resultado de 35 metros, dicho resultado no tiene sentido y de ser correcto, la embarcación se habría hundido. Revise también sus unidades en la respuesta final. Si está calculando un volumen (metros cúbicos), pero el análisis de las unidades es kilogramos, debe reconocer que se cometió un error. Al corregir una tarea, certamen y/o examen, las unidades son un regalo cuando se trata de encontrar errores en los cálculos. Una verificación rápida de las unidades puede ahorrarle muchos puntos en una evaluación. Si está tratando de encontrar errores, analice las unidades.

6 REGLAS PARA CIFRAS SIGNIFICATIVAS

En esta asignatura deberá realizar muchos cálculos que involucrarán valores obtenidos de fuentes variadas, incluyendo gráficos, tablas y datos de laboratorio. La precisión de estos números da lugar al tema de las cifras significativas y de cómo usarlas. Los números que se obtienen de las mediciones contienen un número fijo de dígitos confiables llamados cifras significativas. El número "13.56" tiene cuatro cifras significativas.

Hay dos tipos de números utilizados en los cálculos de esta asignatura. El primer tipo de número es llamado número exacto. Un número exacto es uno que proviene de un conteo directo de objetos, o es el resultado de las definiciones. Por ejemplo, si tuviera que contar 5 naranjas, habría exactamente 5 naranjas. Por definición, hay 1.000 kilos en una tonelada. Se consideran los números exactos poseen un número infinito de figuras significativas.



El segundo tipo de números utilizados es que proviene de una medición. El número de las cifras significativas utilizadas en las mediciones dependen de la precisión o de la exactitud del dispositivo empleado para realizar la medición. Un micrómetro capaz de medir un objeto hasta el cuarto decimal es mucho más preciso que una regla marcada en incrementos de 1 milímetro. Mientras más preciso sea el instrumento de medición, mayor será la cantidad de cifras significativas que puede usar en sus resultados.

Al combinar varias mediciones diferentes, los resultados se obtienen de una combinación de ellos a través de cálculos aritméticos hasta llegar finalmente a la respuesta deseada. Para tener una idea de cuán confiable es la respuesta calculada, es que necesitamos tener una manera de estar seguros de que la respuesta refleja la precisión de las medidas originales. Aquí hay algunas reglas simples a seguir:

Para sumar y restar valores de medición, la respuesta debe tener el mismo número de decimales de la cantidad que tiene el menor número de decimales. Por ejemplo, la respuesta en la siguiente expresión tiene solo un lugar decimal porque "125.2" es el número con el menor número de decimales y solo contiene uno.

$$3,247 + 41,36 + 125,2 = 169,8$$

Otra alternativa es trabajar con los números originales y luego redondear la respuesta. Si ingresamos los números originales en la calculadora, obtenemos la suma "169,807". Redondeando a la décima más cercana (un lugar decimal) da la respuesta "169,8"

Para multiplicación y división, la cantidad de cifras significativas en la respuesta debería no será mayor que la cantidad de cifras significativas en el factor menos preciso. Por ejemplo, la respuesta en la siguiente expresión tiene solo dos cifras significativas porque el factor menos preciso "0,64" contiene solo dos, por lo que en los cálculos se utilizaría el mismo número de decimales del número que tenga menos decimales; en este caso dos.

$$\frac{3,14 \times 2,754}{0,64} = 13,5118125 \rightarrow 13,51$$

Al usar números exactos en los cálculos, no es necesario el análisis de las cifras significativas. Para su comodidad, en esta asignatura puede suponer que todos los números son exactos a menos que se indique lo contrario. Dé una cantidad razonable de decimales en su respuesta (dos o tres serán normalmente suficientes) y use el sentido común. Por ejemplo, si alguien pregunta cuánto pesa, no responderá 79.48746 kilos. Como regla general, proporcione al menos dos números después del decimal o tantos como sea necesario para mostrar que el trabajo es exacto.

Algunos comentarios sobre precisión computacional. Su computador o calculadora son herramienta que le permite ser mucho más preciso en el cálculo de los números. Use sus herramientas sabiamente. Cuando se enfrente a la tarea de multiplicar un número entero por una fracción como $\frac{2}{3}$, muchos estudiantes escribirán el valor de "0,66" en su calculadora en lugar de " $\frac{2}{3}$ ". Hay diferencia en estos dos valores, el factor " $\frac{2}{3}$ " es más preciso que "0,66" y arrojará un resultado más exacto.

Lo mismo se aplica con el valor de "pi". En vez de escribir la cifra en su calculador seleccione el valor "pi" marcado en el teclado para trabajar con una cantidad de decimales más precisa en lugar de usar el valor de "3.14" del colegio. No redondee los pasos intermedios de cálculo. Mantenga números suficientemente largos (o deje que la calculadora le entregue la respuesta completa), y luego redondee la respuesta final a las cifras significativas apropiadas.



7 INTERPOLACIÓN LINEAL

A menudo requerirá interpolar valores desde una tabla. Por ejemplo, puede necesitar el dato de la densidad del agua dulce a una temperatura de $16,8^{\circ}\text{C}$ ($62,3^{\circ}\text{F}$) para resolver un problema; sin embargo, los datos tabulados pueden entregar valores de densidades a $16,5^{\circ}\text{C}$ ($61,7^{\circ}\text{F}$) y 17°C ($62,6^{\circ}\text{F}$). Encontrar la densidad del agua a $16,8^{\circ}\text{C}$ ($62,3^{\circ}\text{F}$) requiere de una interpolación. La suposición más común en la interpolación es que los parámetros varían de forma lineal entre los parámetros enumerados. Esto significa que se puede aproximar la curva entre los valores de interés de la tabla con una línea recta y obtener el valor deseado.

Ejemplo 1.3 Dados los siguientes valores de densidad del agua dulce, encuentre su densidad a una temperatura de $16,8^{\circ}\text{C}$ ($62,7^{\circ}\text{F}$).

Temperatura		Densidad agua dulce	
$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{F}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{lb} - \text{s}^2}{\text{pie}^4} \text{ ó } \frac{\text{slug}}{\text{pie}^3}$
16	60,8	998,95	1,9383
16,5	61,7	998,86	1,9381
17	62,6	998,78	1,9379

Procedimiento utilizando ($^{\circ}\text{C}$) y (kg/m^3), el que es similar para ($^{\circ}\text{F}$) y (slug/pie^3)

Encontrar la densidad a $16,8^{\circ}\text{C}$ mediante el siguiente procedimiento:

$$\frac{16,8^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}}{17^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}} = \frac{\rho_{16,8^{\circ}\text{C}} - \rho_{16,5^{\circ}\text{C}}}{\rho_{17^{\circ}\text{C}} - \rho_{16,5^{\circ}\text{C}}}$$

La solución algebraica para $16,8^{\circ}\text{C}$ es:

$$\rho_{16,8^{\circ}\text{C}} = \rho_{16,5^{\circ}\text{C}} + \left(\frac{16,8^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}}{17^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}} \right) \times (\rho_{17^{\circ}\text{C}} - \rho_{16,5^{\circ}\text{C}})$$

Haciendo la sustitución numérica y resolviendo:

$$\rho_{16,8^{\circ}\text{C}} = 998,86 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + \left(\frac{16,8^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}}{17^{\circ}\text{C} - 16,5^{\circ}\text{C}} \right) \times \left(998,78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 998,86 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$\rho_{16,8^{\circ}\text{C}} = 998,81 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

SIEMPRE VERIFIQUE QUE SU VALOR CALCULADO SE ENCUENTRE ENTRE LOS VALORES DE LA TABLA



8 REVISIÓN DE CONCEPTOS DE FÍSICA

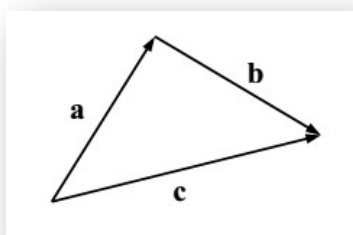
La Física es la base de esta asignatura. Por ello se realizará una breve revisión de algunos conceptos de física antes de dar inicio a la asignatura. Esta revisión abarcará conceptos básicos de escalares, vectores, momentos y pares. También se mencionarán los conceptos básicos de la estática.

8.1 ESCALARES Y VECTORES

Un escalar es una cantidad que solo tiene magnitud. Son ejemplos de cantidades escalares: la masa, la velocidad, el trabajo y la energía.

Un vector, por otro lado, se expresa en términos de magnitud y dirección. Los vectores comunes incluyen a la velocidad, la aceleración y la fuerza. Para mayor facilidad de identificación se denotan los vectores colocando una pequeña flecha sobre la cantidad del vector. Por ejemplo, un vector de fuerza se escribiría $\vec{F}$. Otro método para indicar un vector, especialmente en los libros de texto, es mostrar una cantidad vectorial en negrita, por ejemplo: **F**.

Como ya fue mencionado, una cantidad vectorial tiene una magnitud y una dirección. Obedecen la ley de paralelogramo de la suma vectorial. La figura 1.3 muestra cómo se relacionan los vectores “a”, “b” y “c”.



$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c}$$
$$\mathbf{c} - \mathbf{a} = \mathbf{b}$$

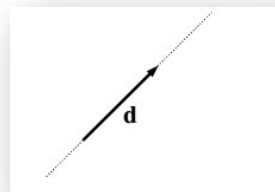


Figura 1.3 Adición de vectores

Figura 1.4 Línea de acción de vectores

La línea de acción de un vector es una línea imaginaria que coincide con el vector que se extiende hasta el infinito en ambas direcciones a lo largo de esa línea, como se muestra en el vector “d” de la Figura 1.4.



Para resolver vectores es útil descomponerlos en cada dirección principal. En el sistema de coordenadas rectangulares, las direcciones principales son las direcciones “x”, “y” y “z”, como muestra la Figura 1.5.

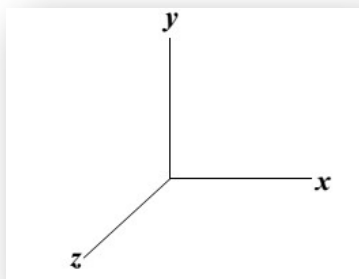


Figura 1.5 Sistema de coordenadas rectangulares

Considere un vector **F**, en el plano x-y como lo muestra la Figura 1.6. **F** puede reordenarse en componentes en la dirección “x” y en la dirección “y”, denominándose **F_x** y **F_y** respectivamente. Las magnitudes escalares de **F_x** y **F_y** se pueden encontrar usando las relaciones que se muestran en la Figura 1.6.

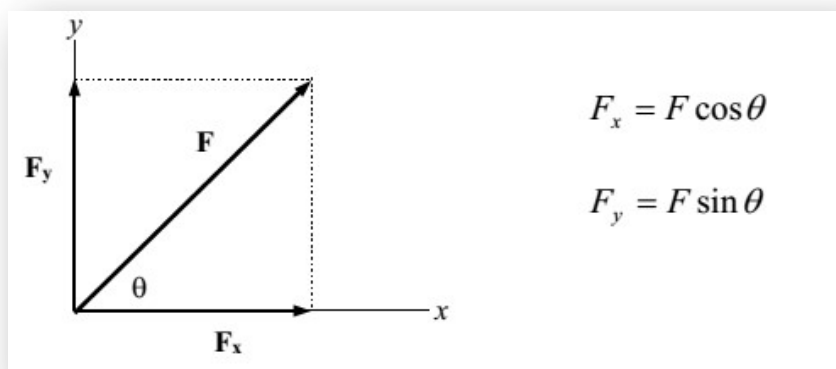


Figura 1.6 Resolución de un vector en sus componentes

En los diagramas de fuerza, los vectores se muestran como flechas. La longitud de la flecha, desde su origen hasta la punta representa la magnitud del vector (cuanto mayor es la magnitud, más largo es el vector), y la flecha a la dirección en la que actúa el vector. La ubicación exacta del vector es importante para determinar su efecto. La punta o el origen de un vector debe colocarse en su punto de aplicación.



8.2 Fuerzas

En esta asignatura se usarán dos tipos de fuerzas: una fuerza puntual y una fuerza distribuida. La fuerza puntual es una fuerza que tiene un único punto de aplicación. Un ejemplo de fuerza puntual sería una persona parada en el medio de un puente; se considera que el peso de la persona actúa en un solo punto del puente. Una fuerza distribuida es una fuerza que actúa sobre una distancia o un área. Un ejemplo de una fuerza distribuida sería un montón de tierra acumulada sobre un puente. La figura 1.7 muestra la diferencia entre una fuerza puntual y una fuerza distribuida.

Una fuerza hace que un objeto se acelere en la dirección de la línea de acción de la fuerza. Este movimiento también se llama translación.

Una fuerza distribuida se puede resolver en una única fuerza puntual que actúa en el centroide de la fuerza distribuida. La Figura 1.7 muestra una fuerza distribuida de 30 N/m que actúa sobre una distancia de 10 metros.

La fuerza puntual resultante se encontraría multiplicando la magnitud de la fuerza distribuida por la distancia sobre la que actúa, en este caso produciendo una fuerza de punto resultante de 300 N. Esta fuerza puntual actúa entonces en el centroide de la fuerza distribuida.

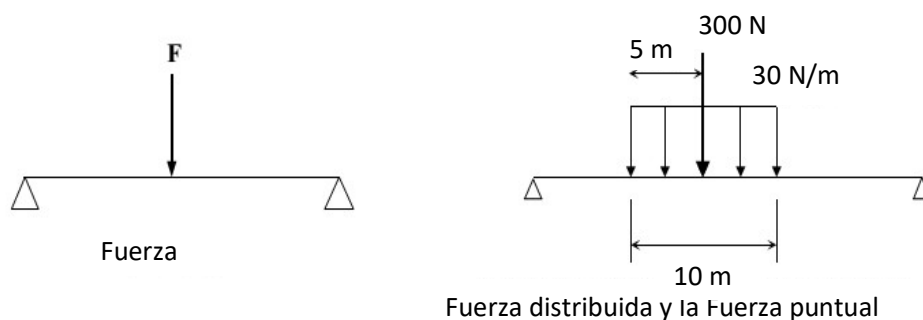


Figura 1.7 Fuerza puntual y fuerza distribuida

8.3 Fuerza versus peso

Un vector de fuerza que actúa en todos los cuerpos, representa al peso de ese objeto. Cuando un objeto está cerca de la superficie terrestre, experimentará una fuerza gravitacional debido a la aceleración de la gravedad que actúa sobre la masa de ese objeto, conocida como peso. Cuando se conoce la masa y la aceleración de un objeto, se puede usar la segunda ley de Newton para calcular la fuerza ejercida sobre ese objeto. Un vector que representa el peso de un objeto **siempre** actuará hacia el centro de la tierra, y se dibuja verticalmente con la cabeza del vector apuntando hacia abajo. El peso de un objeto se representa con unidades de Newton o libras fuerza, o para la mayor parte de este curso, en Toneladas (T) o Toneladas largas (LT)). El peso (o desplazamiento) de un buque siempre se da en Toneladas o en Toneladas largas (1 LT = 2240 lb) dependiendo del Sistema de Unidades empleado y se representa por la letra griega delta, Δ_s (Δ por desplazamiento y s por buque – ship en inglés).



8.4 Momentos creados por las fuerzas

Se crea un momento cuando se aplica una fuerza a cierta distancia de un punto de referencia, de tal manera de que la línea de acción de la fuerza no pase por el punto de referencia. Mientras que una fuerza causa movimiento de traslación de un objeto, la aplicación de un momento crea la tendencia de rotar al objeto. Adicionalmente, una fuerza que crea un momento también puede causar la traslación del objeto.

Un ejemplo común de un momento aplicado es cuando se aprieta una tuerca con una llave. Se aplica la fuerza al extremo de la llave opuesto a la tuerca, haciendo que la manilla de la llave se mueva y la tuerca gire. La fuerza que actúa sobre el mango de la llave crea un momento sobre la tuerca.

La magnitud de un momento es el producto de la magnitud de la fuerza aplicada y la distancia entre el punto de referencia y el vector de la fuerza. Los momentos tienen unidades de fuerza multiplicadas por la distancia: N-m o libras-pie (lb-ft); Toneladas-m o Toneladas Largas-pie (LT-ft). Matemáticamente, la magnitud de un momento se escribe como:

$$\text{Momento} = \text{Fuerza} \times \text{Distancia}$$
$$M = F \times d$$

La Figura 1.8 muestra una llave de boca girando a una tuerca. El mango de la llave tiene una longitud l , con una fuerza de magnitud F que actúa al final de la llave. La Fuerza F crea un momento o torque sobre la tuerca, haciendo que la tuerca gire. La magnitud del momento sobre la tuerca es $F \times l$. Tenga en cuenta que la magnitud del momento aumentará si aumenta la fuerza y/o la longitud del mango de la llave.

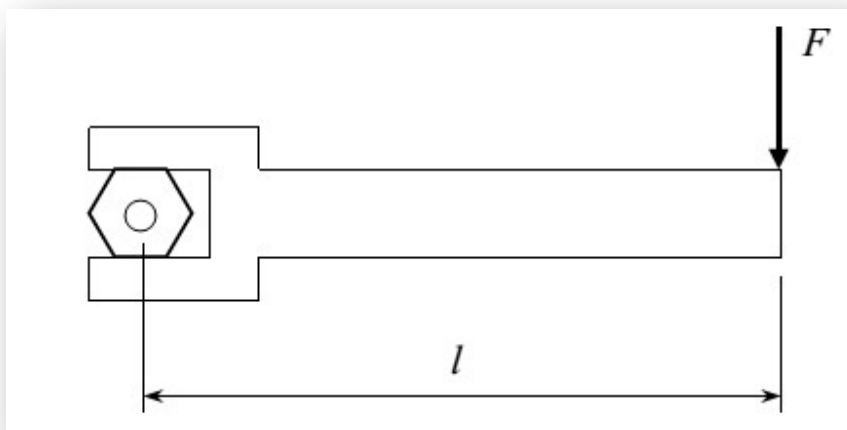


Figura 1.8 Ejemplo de un momento o torque aplicado con una llave



8.5 Par o Cupla

Un par o una cupla es un tipo especial de momento que causa una rotación pura y sin translación a un objeto. Un par está formado por un par de fuerzas, de igual magnitud, que actúan paralelas entre sí, pero en direcciones opuestas y separadas por cierta distancia. La figura 1.9 muestra dos fuerzas creando un par o una cupla.

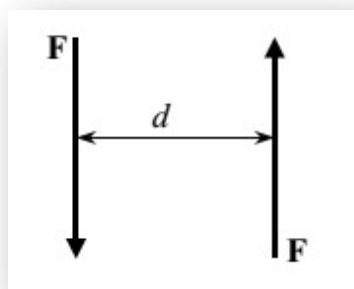


Figura 1.9 Dos fuerzas creando una cupla o par

La magnitud de un par se calcula multiplicando la magnitud de **una** de las fuerzas por la distancia que las separa. En la Figura 1.9, la magnitud de la pareja sería:

$$\text{Par} = \text{Fuerza} \times \text{distancia}$$

$$C = F \times d$$

Al igual las unidades empleadas en el cálculo de los momentos, las unidades de los pares son también N-m o libras-pie.

8.6 Equilibrio estático

Cuando una o más fuerzas están actuando sobre un cuerpo, la suma de las fuerzas en las direcciones "x", "y", "z" indicará si dicho cuerpo se encuentra en translación o en rotación. Si la suma de fuerzas y/o de los momentos no es igual a cero, el objeto se trasladará o rotará. Si la suma de todas las fuerzas es igual a cero, y la suma de todos los momentos es igual a cero, el objeto no se trasladará ni rotará y estará en una condición llamada "**equilibrio estático**". Las dos condiciones necesarias y suficientes para el equilibrio estático son:

1. La suma (resultante) de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a cero.
2. La suma (resultante) de todos los momentos que actúan en un cuerpo es igual a cero.

Matemáticamente, esto se escribe como:

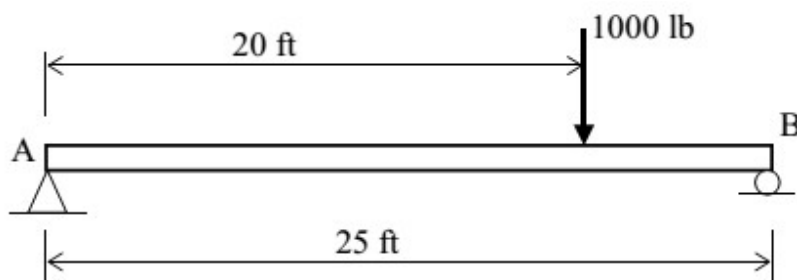
$$\sum \vec{F} = 0 \qquad \sum \vec{M} = 0$$

El estudio de un cuerpo en equilibrio estático también se conoce como el estudio de "estática". El análisis de buques en equilibrio estático es el estudio de la hidrostática. Esta asignatura utilizará el principio de equilibrio estático para explicar los efectos de la escora y el cambio de asiento de un buque, así como también para describir el comportamiento de los materiales bajo diferentes condiciones de carga.

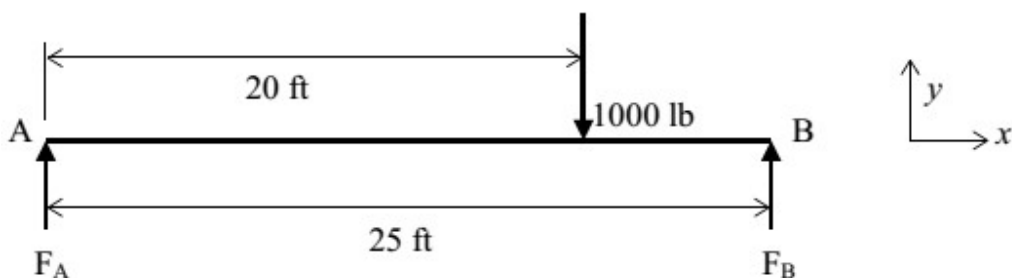


Los principios de equilibrio estático son muy útiles cuando se analizan fuerzas desconocidas actuando sobre un cuerpo, tal como se demuestra en el siguiente problema de ejemplo.

Ejemplo 1.4 Una viga de 25 pies de longitud está soportada en ambos extremos como lo muestra la siguiente figura. Un extremo de la viga está fijo en su lugar, y el otro extremo está soportado por rodillos. Se aplica una fuerza de 1000 lb a 20 pies del extremo "A". Calcule las fuerzas de reacción verticales ejercidas sobre la viga por los soportes.



Al volver a dibujar la viga con las fuerzas de reacción en los puntos "A" y "B", se obtiene el siguiente *diagrama de cuerpo libre*.



Para resolver las fuerzas de reacción, F_A y F_B , se usarán los principios del equilibrio estático. Al sumar las fuerzas en la dirección vertical (y) y hacer la suma igual a cero:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_A + F_B - 1000\text{ lb} = 0 \quad \text{Ecuación (1)}$$

Al sumar los momentos sobre el punto "A" y estableciendo la suma igual a cero resulta:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$(1000\text{ lb})(20\text{ pies}) - (F_B)(25\text{ pies}) = 0$$

Resolviendo para la fuerza de reacción, F_B resulta:

$$F_B = \frac{(1000\text{ lb}) \times (20\text{ ft})}{25\text{ ft}} = 800\text{ lb} \quad \text{La reacción de la fuerza en "B" es de 800 lb.}$$

Sustituyendo F_B en la ecuación (1) y resolviendo F_A se obtiene:

$$F_A = 1000\text{ lb} - F_B = 1000\text{ lb} - 800\text{ lb} = 200\text{ lb}$$

La fuerza de reacción en "A" es 200 lb.



Repasando la metodología para la resolución de problemas:

1. Escriba el enunciado del problema.
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre la relación entre todas las variables.
3. Escriba las ecuaciones generales (sin incluir los números) que se aplican al problema.
4. Resuelva algebraicamente las ecuaciones (incluyendo las unidades cuando ello sea práctico) para obtener el valor final que se desea calcular.
5. Haga las sustituciones numéricas y obtenga su respuesta final.

Finalmente, analice su (s) respuesta (s) y determine si tiene sentido. Si algo de su respuesta no tiene sentido físico, probablemente cometió un error en el desarrollo del problema.

8.7 Presión y Presión Hidrostática

A nivel básico, la presión es el efecto de moléculas colisionando. Todos los fluidos (líquidos y gases) tienen moléculas que se mueven una respecto de la otra de manera aleatoria y caótica. Estas moléculas colisionan y cambian de dirección ejerciendo un impulso. La suma de todos los impulsos produce una fuerza distribuida sobre un área que llamamos presión.

En el Sistema Internacional de Unidades la presión se mide en una unidad derivada que se denomina pascal (Pa) que es equivalente a la fuerza de 1 Newton (N) actuando uniformemente en 1 metro cuadrado (m^2). En el Sistema Anglosajón, la presión tiene unidades de libras de fuerza por pulgada cuadrada conocida como (psi^1) y cada vez tiene menos uso. Aún es posible encontrarla en publicaciones y cálculos físicos y en algunas unidades navales chilenas.

La dinámica de fluidos utiliza tres tipos de presión: estática, dinámica y total. La presión descrita en el primer párrafo es presión estática. La presión dinámica es la presión medida frente a un fluido en movimiento. La presión total es la suma de la presión estática y dinámica. Si se supone que un fluido está en reposo, la presión dinámica es igual a cero. Las presiones que usaremos en este curso asumen que los líquidos estén en reposo.

Imagine a un objeto pequeño a una cierta profundidad "z" en el agua. Si el objeto y el agua están en reposo (la velocidad es igual a cero), entonces la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto es cero, y la presión dinámica que actúa sobre el objeto es cero. La presión que ejerce el agua sobre el objeto es solo presión estática; en el análisis de fluidos, esta presión estática se conoce como "presión hidrostática".

La presión hidrostática está formada por fuerzas distribuidas que actúan de forma normal a la superficie del objeto en el agua. Estas fuerzas se conocen como "fuerzas hidrostáticas".

¹ Pounds per square inch; psi por su definición en inglés



Las fuerzas hidrostáticas se pueden calcular sumando los componentes horizontales y los verticales. Como el objeto está en equilibrio estático, los componentes horizontales de la fuerza hidrostática sumarán cero y se cancelarán mutuamente. Para que el objeto permanezca en reposo, la suma de los componentes verticales de la fuerza hidrostática debe ser igual cero y cancelarse entre sí. Para que el objeto permanezca en reposo la componente vertical de la fuerza hidrostática debe ser igual y contraria al peso de la columna de agua que está directamente sobre el objeto. El peso de la columna de agua se determina usando la ecuación:

$$\text{Peso} = (\text{densidad}) \times (\text{gravedad}) \times (\text{volumen de agua})$$

$$W = \rho g V = \rho g A z$$

Donde:

ρ = densidad del agua kg/m^3 (slug/ft^3 o lo que es lo mismo $\text{lb-s}^2/\text{ft}^4$)

g = aceleración de la gravedad m/s^2 (ft/s^2)

A = área de superficie del objeto m^2 (ft^2)

z = profundidad del objeto debajo de la superficie del agua m (pie)

Por lo tanto, la fuerza hidrostática que actúa sobre un objeto a una profundidad z se determina por la siguiente presión:

$$F_{hid} = \rho g A z = \rho g z \times A = P_{hid} \times \text{Área} \rightarrow P_{hid} = \rho g z$$

Esta ecuación se puede utilizar para calcular la presión hidrostática que actúa sobre un objeto a cualquier profundidad. Tenga en cuenta que la presión hidrostática varía linealmente con la profundidad del objeto.

8.8 Momentos Matemáticos

En ciencias y en matemáticas, aparecen las siguientes integrales en las descripciones matemáticas de los procesos físicos:

$$\int s dm \qquad \int s^2 dm$$

Donde " s " normalmente representa a una distancia y " dm " es cualquier propiedad diferencial " m ". Debido a que estas integrales son comunes en muchas disciplinas de la ciencia, reciben nombres especiales, específicamente primer momento y segundo momento. El orden del momento es el mismo que el exponente de la variable de distancia " s ". Las propiedades comunes de " m ", son la longitud, el área, el volumen, la masa y la fuerza (peso).

A continuación, se entregan Algunos momentos matemáticos comunes utilizados en este curso, junto con sus significados físicos y sus usos.



Primer momento del área

Considere la región que se muestra en la Figura 8.1. La región tiene un área total, "A" y está subdividida en varias áreas diferenciales " dA ". El momento de cada dA sobre un eje se obtiene multiplicando la distancia de cada dA al eje de interés por el área de dicho dA . El primer momento total de área alrededor de un eje se puede encontrar sumando todos los momentos individuales de área a través del proceso de integración (suma).

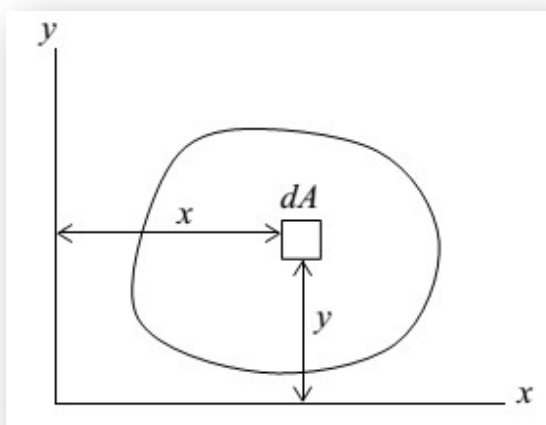


Figura 8.1 Diagrama utilizado para los cálculos del momento de área

El primer momento del área alrededor del eje x se encuentra usando la siguiente ecuación:

$$\int M_x = ydA$$

El primer momento del área alrededor del eje y se encuentra usando la siguiente ecuación:

$$\int M_y = xdA$$

Nótese que el primer momento del área tendrá unidades de distancia al cubo (es decir, m^3 (ft^3)). El primer momento del área se usará para calcular el centroide de una región.



Centroides geométricos

El centroide de un objeto es su centro geométrico. Para calcular el centroide de un área, considere la región que se muestra en la Figura 8.2. Dicha región tiene un área total " A_T " y se subdivide en pequeñas áreas de tamaños iguales " δA_n " ubicadas a una distancia x_n del eje " y " e y_n del eje " x ". El centroide de la región medido desde el eje " y " se denomina "barra x ", y como se mide desde el eje x se denota "barra y ".

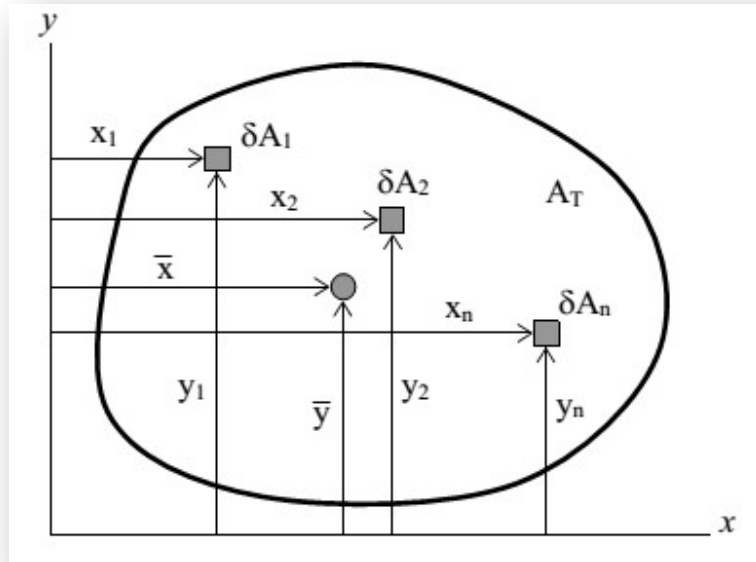


Figura 8.2 Diagrama para el cálculo de un centroide geométrico

El centroide de un objeto se puede considerar como la distancia promedio en que todos los elementos de área δA medidos desde cada eje. Esto se determina calculando el primer momento de área de cada δA , sumando cada primer momento individual, y luego dividiendo por el área total de la región A . Matemáticamente, el centroide de la región de cada eje se escribe como:

$$\bar{y} = \frac{y_1 \delta A_1 + y_2 \delta A_2 + \dots + y_n \delta A_n}{\delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \delta A_i}{\sum_{i=1}^n \delta A_i} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \delta A_i}{A_T}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 \delta A_1 + x_2 \delta A_2 + \dots + x_n \delta A_n}{\delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \delta A_i}{\sum_{i=1}^n \delta A_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \delta A_i}{A_T}$$

Donde y_i = distancia vertical de cada δA desde el eje x (m o ft)
 x_i = distancia horizontal de cada δA desde el eje y (m o ft)
 A_T = área total de la región (m² o ft²)



Las relaciones previas también se pueden escribir como ecuaciones de cálculo. A medida que cada elemento δA se vuelve lo suficientemente pequeño, se convierte en un área diferencial, dA , y la distancia de cada elemento desde su eje se convierte en x o y en lugar de x_i y y_i . La ecuación para el centroide se puede escribir como se muestra a continuación:

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{\int dA} = \frac{\int y dA}{A_T} \quad \text{y} \quad \bar{x} = \frac{\int x dA}{\int dA} = \frac{\int x dA}{A_T}$$

La mayoría de las veces, uno se enfrenta al cálculo del centroide de formas geométricas regulares. El cálculo del centroide de una forma regular se puede ilustrar mejor usando la forma que consiste en un rectángulo y un triángulo rectángulo como se muestra a continuación en la Figura 8.3

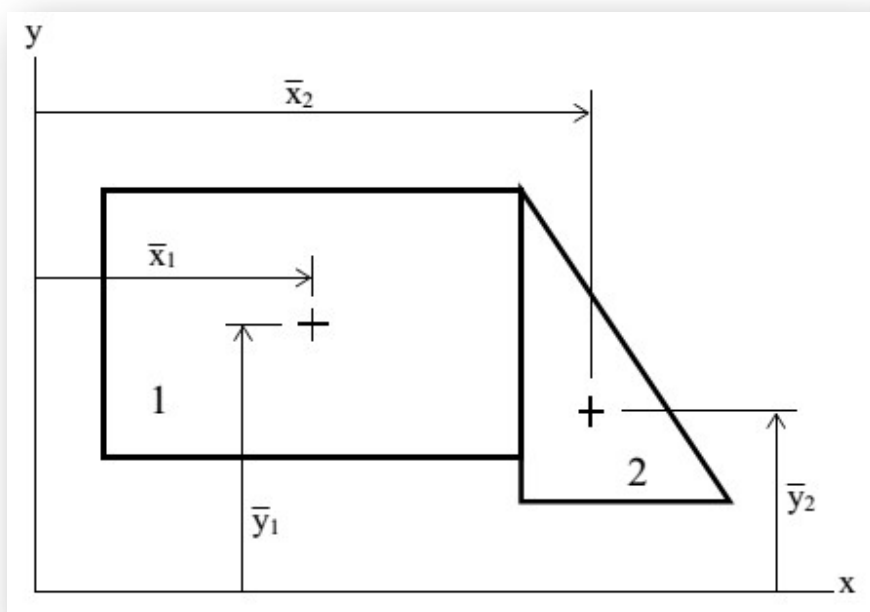


Figura 8.3 Diagrama para calcular el centroide de una forma geométrica regular

La región en la Figura 8.3 está dividida en dos áreas geométricas conocidas, rectángulo 1 y triángulo rectángulo 2. El centroide de la región total se encuentra como se muestra a continuación:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} \quad \text{y} \quad \bar{y} = \frac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

Donde: x_1 y x_2 son las distancias medidas en el eje "x" al centroide de las áreas 1 y la figura 2 respectivamente.

A_1 y A_2 son las áreas de la figura 1 y de la 2 respectivamente.



Este procedimiento se puede usar para encontrar el centroide de cualquier forma geométrica regular usando las siguientes ecuaciones:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{Y} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Aunque se puede usar cualquier sistema de ejes de referencia, se debe usar el mismo para medir la distancia de cada elemento diferencial o área geométrica conocida. La solución proporcionará una distancia desde ese eje de referencia en particular elegido. Para facilitar la solución de este tipo de problema se puede utilizar la ayuda de una tabla. Al resolver la Figura 8.3, las columnas de una tabla pueden ser el Área de cada figura, “x” la distancia de cada figura, “y” la distancia y de cada figura, y (“x” x Área) para cada figura. Agregar las columnas proporciona valores para la suma de ($x \times \text{Área}$) y la suma de Áreas, que se dividen para resolver el centroide.

Segundo momento de área

El segundo momento de área (I) se utiliza normalmente en Arquitectura Naval e Ingeniería Estructural. El segundo momento de área se usa en cálculos de rigidez. Cuanto mayor sea el valor de este segundo momento de área, es menos probable que un objeto se deforme. El segundo momento del área se calcula usando la siguiente ecuación:

$$I = \int s^2 dA$$

Donde “s” representa una distancia desde un eje elegido, dA representa un área diferencial e “I” al segundo momento de área

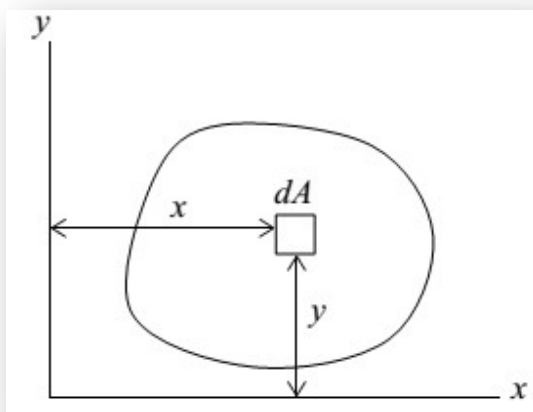


Figura 8.4 Diagrama para la determinación del segundo momento del área



Usando la Figura 8.4, el segundo momento del área de la región respecto del eje x se puede encontrar usando la siguiente ecuación:

$$I_x = \int y^2 dA$$

Del mismo modo, el segundo momento del área de la región sobre el eje y se puede encontrar usando:

$$I_y = \int x^2 dA$$

Tenga en cuenta que el segundo momento de área tendrá unidades de longitud hasta la cuarta potencia (m^4 in^4 o ft^4).

Frecuentemente los cálculos requieren que el segundo momento del área se calcule respecto de los ejes centroidales de un objeto. Para facilidad, muchos textos y manuales de referencia proporcionan ecuaciones para el segundo momento del área de muchas formas sobre sus ejes centroidales.

El Apéndice "A" adjunto a este capítulo contiene las ecuaciones para calcular el segundo momento del área y otras propiedades de algunas formas geométricas comunes.

Teorema del Eje Paralelo

Muchas veces existe el requerimiento de calcular el segundo momento de área de un objeto sobre un eje que no pasa por el centroide del objeto. Este cálculo se logra fácilmente utilizando el teorema del eje paralelo. Este teorema se puede ilustrar mejor usando la Figura 8.5. La región que se muestra tiene un área A, y tiene su centroide ubicado en el punto "C" con los ejes x_c e y_c que pasan por el centroide de la región y paralelos a los ejes x e y respectivamente. El centroide de la región se encuentra a una distancia d_1 del eje x y a una distancia d_2 del eje y.

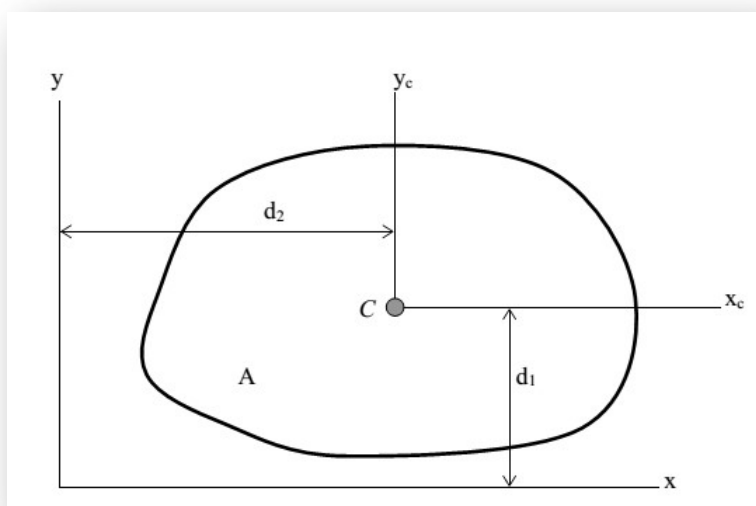


Figura 8.5 Diagrama para calcular el segundo momento del área



El segundo momento del área de la región se calcula usando las siguientes ecuaciones. Se ha omitido la derivación de estas ecuaciones, pero se puede encontrar en cualquier texto de estática o de resistencia de materiales.

Segundo momento de área sobre el eje x:

$$I_x = I_{xc} + Ad_1^2$$

donde:

I_x = segundo momento de área alrededor del eje x

I_{xc} = segundo momento de área alrededor del eje x que pasa por el centroide de la región

A = área de la región

d_1 = distancia del eje x centroidal de la región desde el eje x

De manera similar, el segundo momento del área de la región sobre el eje y se puede encontrar usando:

$$I_y = I_{yc} + Ad_2^2$$

A continuación se muestra un ejemplo para calcular el segundo momento de área de un objeto usando el teorema del eje paralelo

Ejemplo 1.5 Calcule el segundo momento del área del rectángulo sobre el eje x.

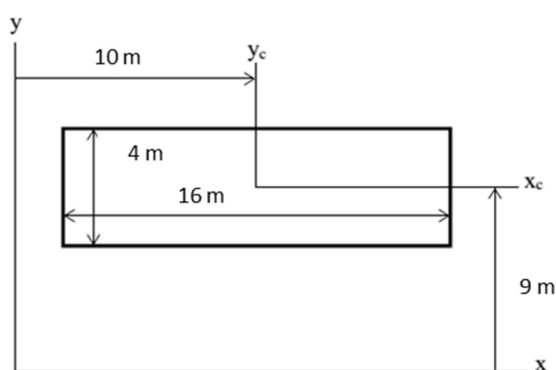


Figura 8.6 Ilustrando el teorema del eje paralelo



El segundo momento del área del rectángulo alrededor del eje x se encuentra usando el teorema del eje paralelo:

$$I_x = I_{xc} + Ad_1^2$$

Dónde;

I_{xc} = Segundo momento del área del rectángulo alrededor de su eje centroidal

A = Área del rectángulo

d_1 = distancia del eje x desde el eje centroidal del rectángulo paralelo al eje x.

Desarrollando:

$$A = (16 \text{ m}) (4 \text{ m}) = 64 \text{ m}^2$$

Del Apéndice "A", el segundo momento del área de un rectángulo en el eje xc es:

$$I_{xc} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(16\text{m}) \times (4\text{m})^3}{12} = 85,33\text{m}^4$$

Ahora se aplica el teorema del eje paralelo para encontrar el segundo momento del área del rectángulo en el eje x:

$$I_x = (85,33\text{m}^4) + (64\text{m}^2) \times (9\text{m})^2 = 5.269,33\text{m}^2$$



9 Definición de los ejes de un buque y sus grados de libertad

Un buque que flota libremente en el agua está sujeto a seis grados de libertad (exactamente lo mismo que un avión que se encuentra en vuelo); tres son de traslación y tres de rotación. La Figura 9.1 muestra los 6 grados de libertad mencionados. Todas las direcciones se miden desde un punto imaginario en la parte inferior central de la nave: ubicado en la línea central (babor/estribor), en la línea de base de la quilla (arriba/abajo) y en el centro del buque (hacia proa/popa). A veces, para facilitar los cálculos, el origen longitudinal puede establecerse en la proa o en la popa en vez de en la sección media.

Por convención, en la asignatura el eje longitudinal de un buque (entendiéndose por éste de proa a popa o de popa a proa) siempre se define como el eje “x”. El movimiento en el sentido longitudinal se conoce como avance. El eje “x” de un buque se define normalmente como la línea central o línea de crujía y tiene su origen en el centro del casco y en la quilla. Debido a esto, las mediciones longitudinales hacia proa desde la mitad del casco o desde la cuaderna maestra son positivas y las mediciones longitudinales hacia popa de la cuaderna maestra serán negativas. La rotación en movimiento alrededor del eje “x” se denomina rolido. También existen dos condiciones de rotación estáticas alrededor del eje “x”, entendiéndose por ello que la nave al ser perturbada desde su posición adrizada, girará en esa dirección y permanecerá sin moverse en mientras dure la perturbación. Estos son escora e inclinación. La escora es una condición producida por un cambio de peso en el buque y la inclinación es una condición producida por una fuerza externa como el viento.

El eje “y” de un buque se usa para las mediciones transversales (o de babor a estribor). El eje “y” tiene su origen en la quilla y en la línea de crujía. Por convención de esta asignatura se establece que la dirección “y” a estribor de la línea de crujía es positiva y que las medidas realizadas hacia babor de la línea de crujía son negativas. El movimiento de traslación en la dirección y se conoce como oscilación, y el movimiento de rotación sobre el eje y se conoce como cabeceo. La condición estática de rotación sobre el eje “y” se conoce como cambio de asiento y de manera similar a como se produce la escora, el cambio de asiento es una condición producida por un cambio de peso logitudinal.



Las mediciones verticales son referidas respecto de la quilla del buque, por lo tanto, el eje vertical o “z” tiene su origen en la quilla y en la línea de crujía. Para la mayoría de los buques, la quilla también es la línea de base para las mediciones verticales. El movimiento de traslación en la dirección “z” se conoce como elevación, y el movimiento de rotación alrededor del eje “z” es una guiñada.

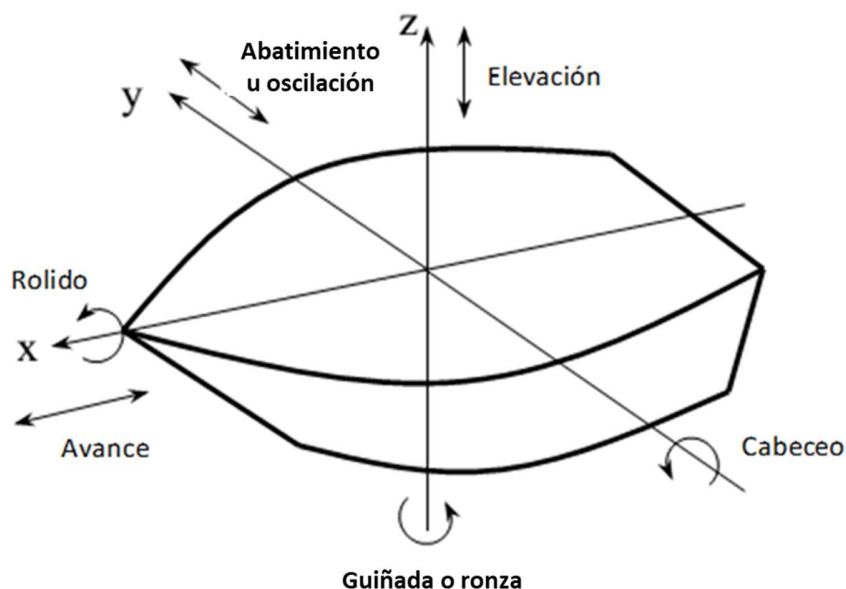
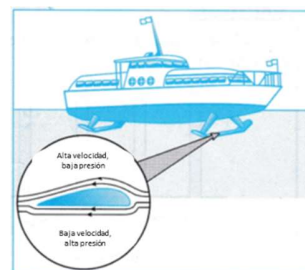


Figura 9.1 Los ejes y grados de libertad de un barco

10 Ecuación de Bernoulli

Se entiende por flujo externo de un fluido al agua fluye alrededor del timón de un buque, a través de los hidroplanos de un submarino, por los perfiles hidrodinámicos (hidroplanos) de un casco, o por el casco de cualquier embarcación que se desplaza por el agua. El estudio y análisis del flujo de los fluidos es un tema complejo que normalmente se estudia como mecánica de fluidos en cursos de especialidad de pregrado; sin embargo, como estudiantes de esta asignatura deben tener conocimientos básicos de flujo de un fluido.

Considere un flujo de agua que fluye a una cierta velocidad “V”. Ahora, piense en una línea de moléculas de ese flujo que se mueven en una dirección tangente a la velocidad del fluido. Esta línea de movimiento se conoce como línea de corriente o simplemente corriente de agua. Uno de los métodos de análisis de flujo es considerar que el fluido se compone de muchas líneas de corriente, cada una superpuesta sobre la otra.





Para continuar con nuestro análisis del fluido, se asume que el flujo de fluido es incompresible, lo que significa que su densidad no varía a lo largo del flujo, y que no hay contracción o dilatación de las moléculas de fluido. Si las moléculas de agua no están girando, el flujo se denomina irrotacional y se dice que el fluido tiene una vorticidad de cero y se conoce como flujo laminar (lo contrario sería flujo turbulento). Si no hay esfuerzos de corte entre las capas del flujo, se dice que el fluido es no viscoso. Finalmente, si suponemos que las propiedades de un fluido en un punto de la línea de flujo no cambian con el tiempo (aunque las propiedades del fluido pueden cambiar de una ubicación a otra a lo largo de la línea de flujo), se dice que el flujo de fluido es constante. En este curso, nuestro análisis supondrá un flujo constante, incompresible y no viscoso.

Para un flujo continuo, incompresible y no viscoso, la suma del trabajo de flujo con la energía cinética y la energía potencial es constante a lo largo de la corriente de agua. Esta es la Ecuación de Bernoulli y se puede aplicar a dos puntos diferentes a lo largo de una línea de corriente para obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 = CTE$$

dónde:

p = presión hidrostática en cualquier punto de la línea de corriente

V = la velocidad del fluido en cualquier punto de la línea de corriente

g = aceleración de la gravedad

z = altura de la línea de corriente sobre algún dato de referencia

ρ = densidad de fluido

El término " p/ρ " en la ecuación es el flujo de trabajo en cualquier punto de la línea de corriente. El término " $V^2/2$ " es la energía cinética del fluido en cualquier punto de la línea de corriente. El término " gz " es la energía potencial del fluido en cualquier punto de la línea de corriente.

Con el uso de la ecuación de Bernoulli, podemos explicar por qué se generan la sustentación (elevación) y el empuje debido al flujo sobre superficies hidrodinámicas, timones, hidroplanos de submarinos y palas de una hélice. También podemos describir la distribución de presión de un fluido que circula alrededor del casco de un barco.



PROBLEMAS - CAPÍTULO 1

1. Cálculos de velocidad de un patrullero:
 - a. Bosqueje a mano alzada la velocidad de un patrullero moviéndose desde cero nudos hasta su velocidad máxima de 12 metros/segundo. El tiempo para alcanzar la velocidad máxima es de 26 segundos. Use la velocidad como la variable dependiente y el tiempo como la variable independiente.
 - b. Escriba la ecuación de cálculo que representa el área debajo de la curva del boceto entre cero y 10 segundos. ¿Qué representa físicamente esta área?
 - c. ¿Cómo calcularía la aceleración del patrullero en $t = 5$ segundos?
2. ¿Qué representa físicamente el área bajo la curva del "área de secciones de un buque" versus la "distancia longitudinal"? Indique las unidades de cada eje y el área debajo de la curva.
3. ¿Cuál es el sistema de Unidades comúnmente adoptado y vigente?. Indique las unidades en este sistema para los siguientes parámetros:
 - a. Fuerza
 - b. Masa
 - c. Volumen
 - d. Tiempo
 - e. Densidad
 - f. Momento
 - g. Par o cupla
 - h. Presión
 - i. Segundo momento de área.
4. El peso (desplazamiento) del patrullero de la pregunta 1 varía con su calado, de acuerdo como lo indica la tabla a continuación:

Calado (m)	Desplazamiento (T)
0	0
1	800
2	1.600
3	2.400
4	3.200

- a. Plotee el peso del patrullero en función de su calado.
- b. Una los puntos obtenidos y calcule la pendiente.
- c. ¿Qué representa físicamente la pendiente?
- d. ¿Cuál es el desplazamiento del patrullero a un calado de 2.8 m?



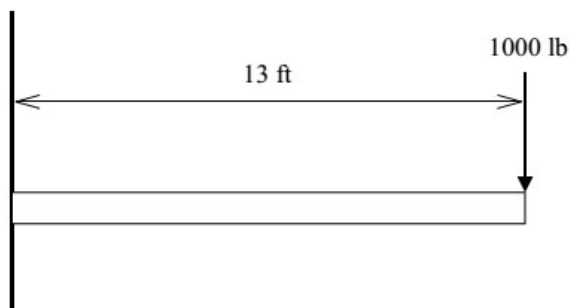
5. Un resorte se estira con la fuerza que se le va aplicando como se muestra en la siguiente tabla experimental:

fuerza (lb)	Defexión (pulg)
0	0
1	0,08
2	0,17
3	0,20
4	0,27
5	0,34
6	0,43
7	0,50

- Haga un gráfico de la deflexión del resorte en función de la fuerza y determine la pendiente de la curva resultante
 - ¿Qué propiedad física representa la pendiente de los datos?
 - A partir de los datos trazados, determine cuánto se estirará el resorte si se aplica una fuerza de 4.6 libras.
 - Escriba una ecuación que represente la curva que ajustas a los datos.
6. Un petrolero transfiere 380 m^3 (100.000 galones) de combustible diésel F-76 a los estanques de una fragata. La densidad del combustible es 515 kg/m^3 ($1.616 \text{ lb-s}^2/\text{ft}^4$ o $1,616 \text{ slug/pie}^3$).
Nota: Entre paréntesis se entregan las unidades en SGI para quienes quieran practicar en estas unidades. Para el ejercicio basta con las unidades del S.I.)
- El peso del volumen de un fluido se puede calcular mediante la ecuación $W = \rho g V$, donde g representa la aceleración de la gravedad y V representa el volumen. Calcule cuántas Toneladas (Toneladas Largas) de combustible se transfirieron del petrolero a la fragata.
 - Si el calado del petrolero cambia 1 cm por cada 54 toneladas embarcadas o desembarcadas, ¿cuántos cm habrá variado el calado del petrolero después de transferir el combustible? (para las unidades inglesas usar 1 pulgada de variación de calado por cada 136 LT y el resultado expréselo en pie)
 - Si el calado de la fragata cambia 1 cm por cada 13,2 toneladas agregada o desembarcada ¿cuántas pulgadas habrá cambiado el calado de la fragata después de recibir el combustible? (para unidades inglesas utilice 1 pulgada por cada 33 LT agregados o desembarcados y exprese el resultado en pulgadas)
7. Una fuerza de 250 N actúa en un ángulo de 30 grados con respecto al eje x. Determine sus fuerzas componentes en los ejes "x" e "y".
8. ¿Cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para el equilibrio estático?

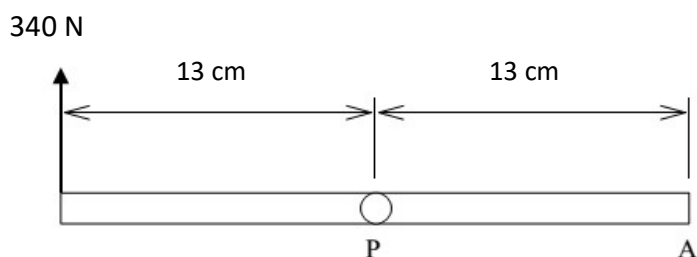


9. Un peso de 1000 lb se coloca en una viga en voladizo desde una pared como se muestra a continuación. ¿Cuál es la magnitud del momento que el peso ejerce en la pared?

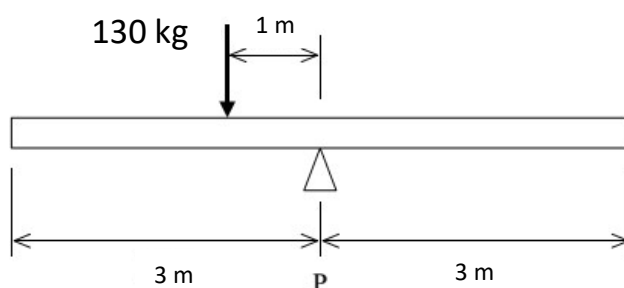


10. Si se aplica una fuerza de 340 N al brazo articulado como se muestra a continuación. El brazo gira alrededor del punto "P".

- Una segunda fuerza se aplicará en el punto "A". ¿Cuál es la magnitud y la dirección necesarias de esta fuerza, de modo que se crea un par con "P"?
- ¿Cuál es la magnitud de par resultante sobre "P"?

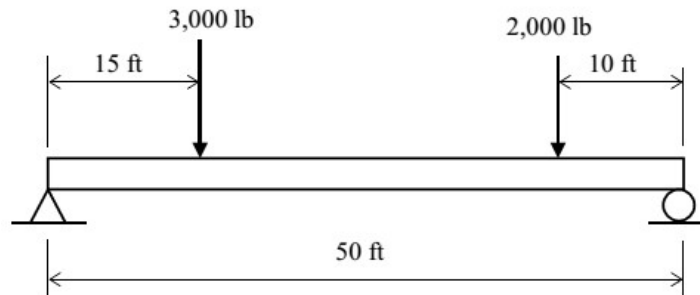


11. Un luchador de Sumo que pesa jugador de fútbol de una masa de 130 kg está sentado en un balancín como se muestra en la figura a continuación. ¿Dónde debe sentarse una bailarina de 45 kg de masa para equilibrar el balancín? ¿Cuál es la fuerza en el punto "P"?

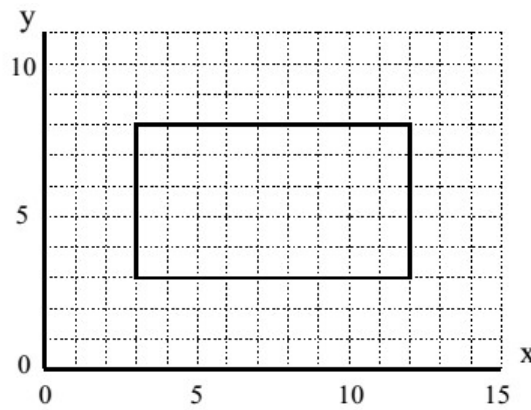




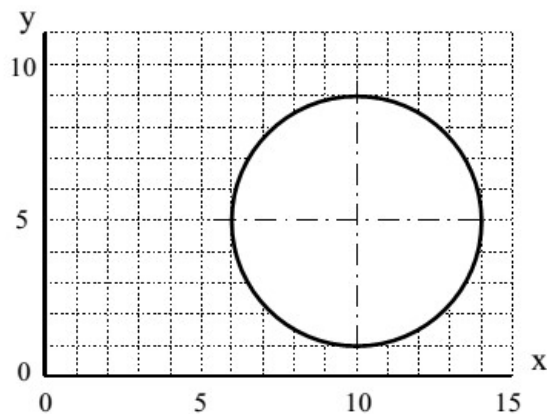
12. Una viga con soporte simple de 50 pies de longitud se carga como se muestra a continuación. Calcule las fuerzas de reacción verticales en cada extremo de la viga.



13. Determine el primer momento de área de la forma a continuación sobre los ejes "x" e "y".

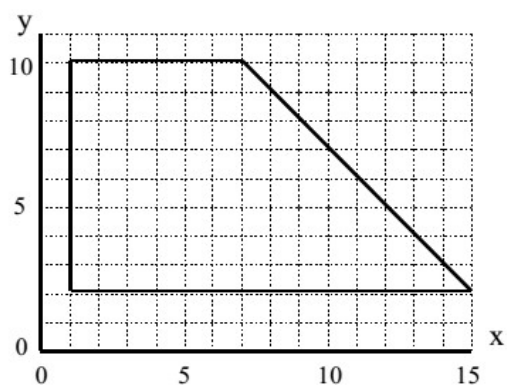


14. Determine el primer momento de área de la forma a continuación sobre los ejes "x" e "y".

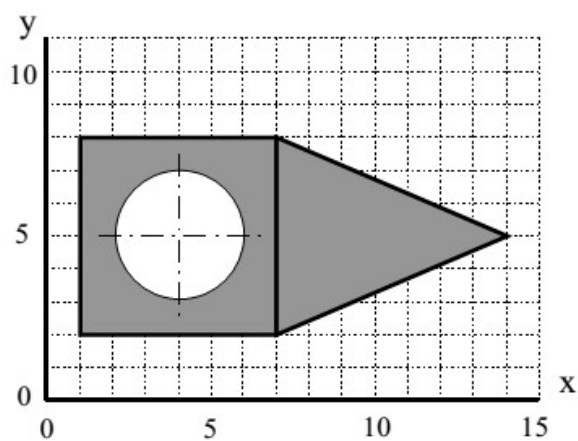




15. Determine el centroide de la forma a continuación sobre los ejes x e y .

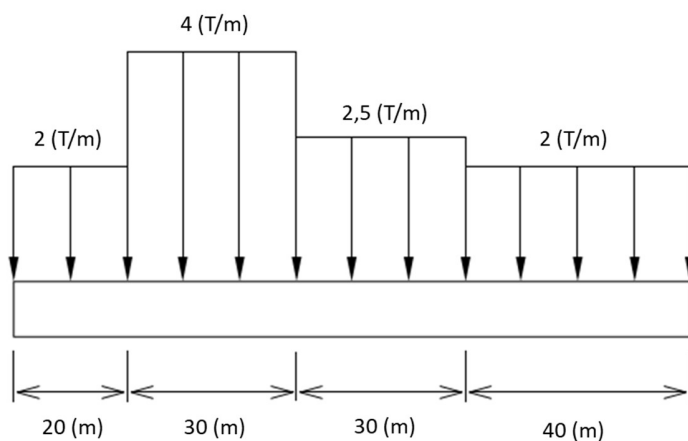


16. Determine el centroide del área sombreada alrededor de los ejes x e y .

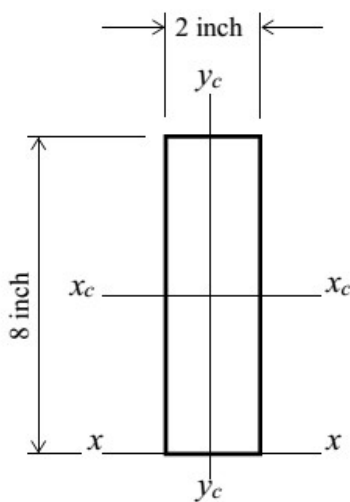




17. El siguiente diagrama representa el peso distribuido de un buque pequeño.
- ¿Cuál es la diferencia entre una fuerza distribuida y una fuerza resultante?
 - Calcule el peso resultante de la nave. El concepto de promedios ponderados puede serle útil.
 - ¿En qué punto del buque se aplicaría el peso resultante?



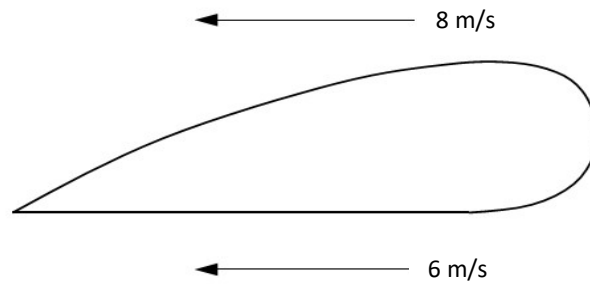
18. Calcular el segundo momento de área del objeto debajo sobre los siguientes ejes:
- Eje x_c - x_c (eje central en la dirección x)
 - Eje y_c - y_c (eje central en la dirección y)
 - Eje x - x (es necesario el uso del teorema del eje paralelo)



19. Dibuje un diagrama que muestre los seis grados de libertad de un buque a flote. Nombre cada uno en su diagrama usando la terminología adecuada.
20. Describa la diferencia entre la escora, inclinación y rolido



21. El siguiente diagrama muestra las velocidades de flujo a través de un hidropiano sumergido utilizado por un artefacto naval sofisticado. Utilizando el teorema de Bernoulli, compare las magnitudes de las fuerzas que se experimentan en la superficie superior e inferior del hidropiano y según ello indique que efecto estaría generando el hidropiano sobre el casco del artefacto naval.



Bibliografía

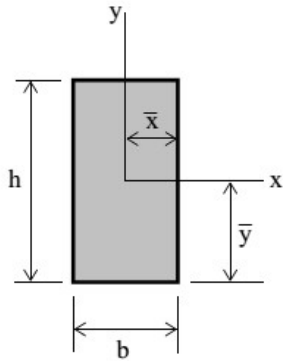
ENGINEERING", T. I.-N. (22 de Febrero de 2021). *USNA UNITED STATES NAVAL ACADEMY* .
Obtenido de EN400: Principles of Ship Performance:
<https://www.usna.edu/homepage.php>



APÉNDICE "A"

PROPIEDADES DE LAS FORMAS GEOMÉTRICAS COMUNES

Rectángulo (origen de los ejes en el centroide)



$$A = bh$$

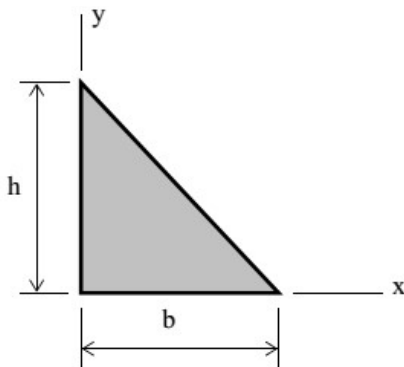
$$\bar{x} = \frac{b}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{h}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12}$$

Triángulo rectángulo (origen de los ejes en el vértice)

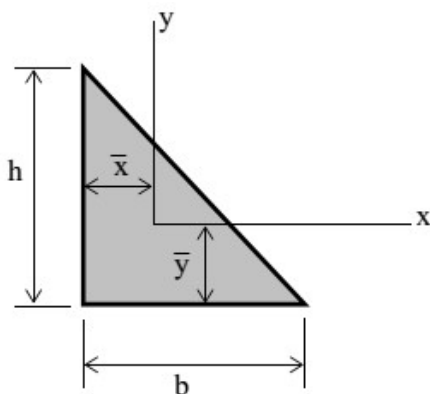


$$A = \frac{bh}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12}$$

Triángulo rectángulo (origen de los ejes en el centroide)



$$\bar{x} = \frac{b}{3}$$

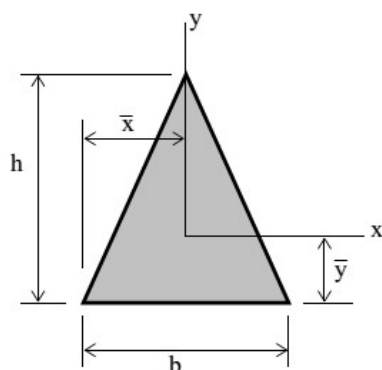
$$\bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_y = \frac{hb^3}{36}$$



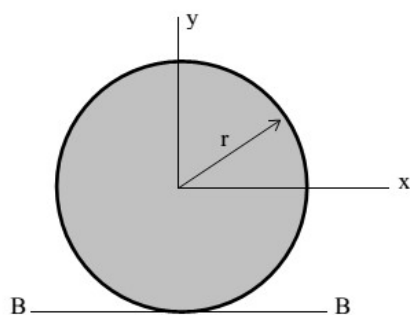
Triángulo Isósceles (origen de los ejes en el centroide)



$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b}{2} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{hb^3}{48}$$

Círculo (origen de los ejes en su centro)



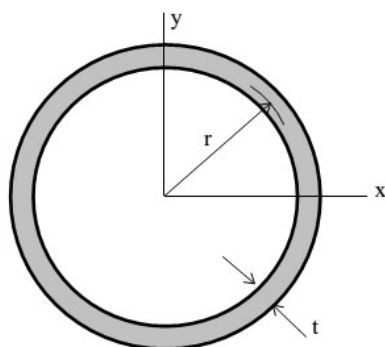
$$d = 2r \quad A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$

Anillo circular de espesor "t" (origen de los ejes en el centro)

Ecuaciones aproximadas para espesores "t" pequeños



$$A = 2\pi r t = \pi d t$$

$$I_x = I_y = \pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{8}$$